Master en enseignement secondaire I

La notion de fonction en mathématique entre enseignement ukrainien et suisse

Comparaison d'un savoir enseigné et transposé dans deux système éducatifs européens

Auteur : Popovych Polina

Directrice : Mme Tinembart Sylviane

Membre de jury : M. Clivaz Stéphane

Lausanne, le 13 mai 2019

Table des matières

Introduction

Question de recherche et hypothèse

a. Réflexions préalables
b. Hypothèse

Cadre théorique : **la transposition didactique**

Contextualisation

a. Système éducatif ukrainien
    1. Les principes généraux
    2. Le système de notation
    3. Le système de certification
    4. Les branches d'enseignement principales
    5. La planification du cursus d'enseignement
    6. Les compétences générales à développer lors des études secondaires
    7. Les moyens d'enseignement
    8. L'organisation de la journée scolaire
    9. Les mathématiques dans le système éducatif ukrainien
b. Système éducatif suisse

Démarche de recherches

Critères de comparaison

La fonction en mathématiques, du savoir scientifique au savoir enseigné, illustration d'une transposition didactique

a. La notion de la fonction et ses propriétés
b. La fonction dans les plans d'études du secondaire I dans le canton de Vaud
c. La fonction dans les plans d'études du secondaire I en Ukraine
d. La fonction telle qu'elle est enseignée
e. Synthèse de comparaison

Réponse à la question de recherche

Conclusion et questions ouvertes

Bibliographie

Annexes

- Les 9ème HARMOS
- Les 10ème HARMOS
- Les 11ème HARMOS
- La partie théorique

Introduction

La notion de transposition didactique m'est apparue très théorique quand elle a été présentée pendant les cours de la didactique des mathématiques à la Haute École Pédagogique de Lausanne. Avant d'entrer en formation en Suisse, j'ai suivi une formation analogue en Ukraine dans laquelle j'ai obtenu un Master en mathématiques avec une spécialisation d'enseignement en mathématiques et informatique. Néanmoins, je n'ai rencontré la notion de transposition didactique que pendant ma première année d'études à la HEPL.

Au fur et à mesure que je continuais mes études au sein de la HEPL, j'ai pu constater que le concept de transposition didactique est devenu un usage courant en Sciences de l'éducation, notamment dans les diverses didactiques des disciplines. Introduite dans la communauté française des didacticiens des mathématiques au tout début des années 1980, la théorie de la transposition didactique a connu des doutes quant à la possible généralisation de ses propos. Malgré le statut de « théorie inaugurale » (Halté, 1998, p. 172), elle n'échappe pas à de multiples critiques de la part des didacticiens des autres disciplines, notamment ceux de la langue française :

> […] « parler du savoir savant, ou d'une façon plus générale du savoir, […] ce qui laisse sous-entendre d'une part qu'il existe un savoir et d'autre part qu'il est unique […] ce qui est plus ou moins réducteur pour les domaines d'autres que les mathématiques ». (Raisky & Caillot,1996, p. 21)

La question que j'ai commencé à me poser concerne le rôle particulier de ma discipline dans l'enseignement secondaire, des concepts dont elle s'occupe ainsi que du statut des connaissances « savantes » (Chevallard, 1991). J'ai alors décidé d'écrire mon travail de mémoire professionnel en lien avec le concept de transposition didactique. Néanmoins, le choix d'objet de la transposition n'était, au début, ni clair ni évident. Étant spécialiste en algèbre, dans la théorie de groupes et de nombres (j'ai effectué mon master dans ce domaine, prolongé par des études en tant que doctorante dans cette même branche des mathématiques), j'ai voulu tout d'abord relier mon expérience de « scientifique » dans une branche particulière et d'enseignante de mathématiques dans l'école secondaire obligatoire. Mon regard s'est tourné vers le calcul littéral. Je me suis vite rendue compte que travailler sur la transposition didactique sera presque impossible pour cette séquence car les connaissances « savantes » théoriques sont trop vastes et les programmes d'études dans les deux systèmes scolaires se concentrent plutôt sur les compétences pratiques. Cette particularité de ce sujet m'a menée vers le concept de fonction. Il faut noter que j'ai reçu des enseignements sur les fonctions à l'université lors des cursus suivants : l'analyse mathématique en ce qui concerne les fonctions d'une ou plusieurs variables réelles et l'analyse complexe en ce qui concerne les fonctions dont la variable dépendante est un nombre complexe. Les deux cours cités sont considérés comme les cours bâtisseurs des connaissances mathématiques dans mon pays d'origine : l'Ukraine. Cela n'est pas anodin : la notion de fonction est le concept le plus utilisé parmi les concepts mathématiques. La physique, l'économie, les statistiques, la mécanique… La liste des disciplines dont l'utilisation du concept de fonction est indispensable et ne se borne pas à celles que j'ai cité auparavant.

Compte tenu de l'importance de ce concept pour les scientifiques ainsi que pour le public dans le système scolaire, j'ai décidé finalement de réfléchir à la transposition didactique de la notion de fonction dans le système scolaire ukrainien et dans le système scolaire suisse dont je compte faire partie dans un futur proche en tant qu'enseignante des mathématiques et d'OS math-physique.

Question de recherche et hypothèse

a) Réflexions préalables

Mon expérience en tant qu'étudiante et enseignante en Ukraine, en tant que future enseignante dans l'école publique en Suisse, et pour finir en tant que mère de futurs élèves dans le système scolaire obligatoire suisse est à la source même des premières motivations qui ont abouti à l'écriture de ce mémoire. Mais au-delà de cette motivation personnelle, il y a également l'intérêt culturel. J'ai souhaité trouver les moyens de répondre à la question de la caractérisation de l'objet « fonction » dans chacun des deux systèmes d'enseignement suisse et ukrainien.

En me basant sur mes souvenirs d'enfance et celles d'une enseignante novice dans une école secondaire en Ukraine (avant ma carrière scientifique à l'université nationale d'Odessa en économie), je pensais naïvement qu'il suffisait tout simplement d'apprendre la langue française afin d'enseigner la même discipline ici en Suisse. Néanmoins, mes représentations sur l'existence d'une seule et unique mathématique dans le monde entier ont été confrontées à la réalité du terrain. Il semble évident que « les connaissances scientifiques » sont uniques et accessibles aux étudiants universitaires partout dans le monde, même si parfois les notations sont différentes d'un pays à l'autre. Avec le recul, je constate aussi que les méthodes d'enseignement dans les universités de mon pays d'origine et celles inculquées en Suisse sont différentes. Le système ukrainien attribue beaucoup plus de place aux connaissances théoriques que le système suisse. Ce constat est valide autant pour l'enseignement obligatoire que post-obligatoire. Donc, ma première découverte concernait le fait qu'en réalité, il ne suffit pas de bien maîtriser le contenu de la discipline « mathématique », la langue française et les techniques d'enseignement d'un pays. Il faut adapter son enseignement aux exigences des plans d'études tel le Plan d'études romand (PER) comme j'ai dû le faire lors de mon travail dans une école privée à Lausanne. Les adaptations effectuées m'ont pris beaucoup d'énergie et de temps de réflexion. J'ai réalisé, pour la première fois, qu'il y avait de nombreuses différences entre les systèmes d'enseignement en Europe et dans le monde et que celles-ci influencent la construction et le contenu des manuels scolaires, les tâches proposées aux élèves, les exigences et les méthodes d'évaluation de leurs connaissances. Cette découverte m'a encouragée à déposer ma demande d'admission à la Haute Ecole Pédagogique de Lausanne.

Pour le présent travail, mon idée de départ a donc été de comparer l'enseignement du concept de la fonction dans les classes de secondaire I en Ukraine et en Suisse Romande à travers les programmes et les moyens d'enseignement.

Avant de proposer ce sujet à ma directrice de mémoire, j'ai réfléchi sur les difficultés que je pourrais rencontrer lors de mon analyse. Un des obstacles pour l'analyse comparative est le modèle de construction des deux systèmes scolaires. Le système scolaire ukrainien est l'héritier du système scolaire soviétique, donc il est très centralisé. La tendance à contrôler et édifier les programmes scolaires dans la capitale est toujours vivace. Les libertés de choix des enseignants sont limitées par le choix des moyens d'enseignement. Il faut préciser que le Ministère de l'éducation propose des dizaines de manuels pour chaque année scolaire. Donc les écoles d'une même ville sont obligées de suivre le même programme scolaire mais elles peuvent utiliser différents moyens pour cela. Cependant, en Suisse romande, c'est le contraire. Chaque canton est responsable de son programme d'enseignement et peut apporter les changements jugés nécessaires. Le moyen d'enseignement des mathématiques est élaboré pour toute la Suisse romande et donc toutes les écoles du canton de Vaud doivent l'utiliser obligatoirement.

La deuxième difficulté à laquelle j'ai pensé avant d'aborder mes recherches concerne la réputation des pays post-soviétiques à être forts et avancés dans les branches scientifiques telles que les mathématiques, la physique, la chimie et la biologie. J'avais certains doutes sur la possibilité de comparer l'introduction et le développement du concept de fonction dans les deux systèmes d'enseignement compte tenu de l'éventuel écart de connaissances théoriques et pratiques des élèves.

La troisième différence qui semble influencer beaucoup l'enseignement des mathématiques dans les deux pays concerne la qualification des enseignants. Il faut dire qu'en Ukraine, les écoles ne peuvent engager que des enseignants diplômés. Afin de pouvoir enseigner dans l'école secondaire, il faut être au moins bachelier dans la discipline enseignée avec une spécialisation en enseignement et en pédagogie. C'est-à-dire, que parmi les mathématiciens de même année, certains étudiants peuvent choisir d'appliquer les mathématiques dans la programmation, dans l'économie ou dans l'enseignement. Ce choix doit être effectué pendant la 2$^{\text{ème}}$ année d'études et sera mentionné dans le diplôme. Les enseignants étudient la didactique d'une seule discipline. La science de la nature n'existe pas dans le programme. Elle est présentée dans la grille horaire comme plusieurs disciplines séparées : la physique, la chimie et la biologie. Les trois dernières sont obligatoires pour les élèves. Donc, les enseignants ne sont pas polyvalents. Ils connaissent très profondément leur branche d'enseignement.

b) Hypothèse

Malgré les difficultés citées ci-dessus, j'ai décidé de poursuivre en confirmant le choix de ma question de recherche initiale qui a pris la forme de l'hypothèse suivante :

Les manuels ukrainiens donnent aux élèves un accès plus approfondi aux connaissances théoriques par rapport aux moyens d'enseignement romands grâce à la théorie introduite et présentée aux élèves et les exercices pratiques à effectuer en classe et à domicile. En conséquence, les compétences travaillées ainsi que les buts visés ne sont pas identiques pour le même niveau scolaire.

Pour pouvoir répondre à la question de recherche j'ai choisi deux manuels scolaires ukrainiens pour chaque année scolaire du secondaire 1 et les moyens d'enseignement obligatoires en Suisse romande : l'aide-mémoire comme une source théorique, le manuel et les fichiers. J'ai dû choisir également deux manuels scolaires ukrainiens de niveau primaire car la proportionnalité est enseignée à l'école primaire.

Cadre théorique : la transposition didactique

La notion de transposition didactique est devenue d'usage courant en Sciences de l'éducation, notamment dans les diverses didactiques des disciplines. Ce concept a été introduit par le sociologue Michel Verret en 1975 dans sa thèse *Le temps des études* et développé par Yves Chevallard en 1985 dans son ouvrage *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné* écrit et édité en coopération avec Marie- Albert Johsua.

Avant de passer à la définition de la transposition didactique, j'aimerais contextualiser cette recherche dans le domaine de l'enseignement. En effet, les chercheurs en didactique des mathématiques étudient notamment les systèmes éducatifs en se basant sur le triangle didactique (Houssaye, 1988) formé de trois pôles : les élèves, les enseignants et le savoir enseigné. Cela engage la présence de trois différents types de rapports : enseignants – élèves, élèves – savoirs et enseignants – savoirs. Donc, la complexité des trois liens est observée en mathématiques par les notions de contrat didactique, de champ conceptuel et de transposition didactique.

Le champ conceptuel, introduit par Gérard Vernaud, est défini comme « un espace de problèmes ou de situations – problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion » (Tavignot, 1995, p. 33). Donc, cet auteur introduit les rapports entre les élèves et le savoir enseigné en donnant au contenu d'enseignement une place privilégiée au sein du système didactique. Les mêmes rapports ont été traités par Guy Brousseau (1986) par l'introduction du concept de situation didactique (Brousseau, 2011). En étudiant les interventions des élèves face aux savoirs enseignés, les didacticiens réfléchissent ainsi aux modifications à apporter dans l'enseignement ; celles-ci devant permettre aux élèves de mettre en œuvre leurs connaissances Le concept de situation didactique est également en lien avec le concept de contrat didactique, introduit aussi par Brousseau en 1980. « Le contrat didactique est défini comme ce que l'enseignant attend des élèves par rapport au savoir enseigné, et ce que les élèves attendent de l'enseignant toujours par rapport au savoir enseigné » (Tavignot, 1995, p. 34). Le contrat didactique représente les rapports entre les enseignants et les élèves face au savoir enseigné.

Je viens de présenter les rapports entre les enseignants et les élèves face au savoir et les rapports entre les élèves et le savoir enseigné. Mais le but de ce travail est de questionner la transposition didactique c'est-à-dire les rapports entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné. Ce concept vise à pointer l'écart entre le savoir scientifique, le savoir à enseigner et le savoir enseigné. Chevallard (1991) construit sa théorie sur la notion d'*objet*. En considérant que « tout est l'objet » (Chevallard, 1991, p. 49), je vais m'intéresser en tant qu'enseignante des mathématiques à un objet de savoir dans ma discipline :

> Pour l'enseignant de mathématiques, il faut ranger dans cette catégorie certainement les « notions mathématiques » : par exemple, l'addition, le cercle, la dérivation, les équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants, etc. […] Il ne faut pas oublier que les « exemples » précédents sont donnés par les étiquettes

> qui font du sens dans la communauté des enseignants d'un même niveau du cursus scolaire. (Chevallard, 1985, p. 49)

La transposition didactique d'un objet de savoir en mathématique « produit » une notion mathématique construite (Chevallard, 1991). La construction d'un objet peut prendre une des deux formes : la définition au sens strict soit d'une construction comme une suite des opérations. Hormis une construction (soit d'une définition), les notions mathématiques possèdent des propriétés et des occasions d'emploi.

A côté des notions mathématiques, il y a des notions paramathématiques qui « sont des objets dont l'enseignant prend conscience, à qui il donne le nom » (« paramètre », « équation », « démonstration », etc.) : ce type de notions « entrent dans son champ de perception didactique ». (Chevallard, 1985, p. 51) Cela veut dire que les notions paramathématiques sont ce que nous appellerions des notions-outils de l'activité mathématique qui ne sont ni enseignés, ni évaluées en tant que telles. Elles sont nécessaires à l'apprentissage des mathématiques et doivent être apprises, voire connues par monstration.

La phase la plus profonde de notions est liée au contrat didactique et aux notions proto-mathématiques. Celles-ci sont désignées comme « la performance de l'élève attendue par le professeur, la reconnaissance de certaines occasions d'emploi des notions mathématiques considérées comme outils de l'activité mathématique… ». La performance peut être vue comme attestant une compétence, ou une capacité, 'sous-jacente ' et ' générale ' ». (Chevallard, 1985, pp. 51-52). Alors, les notions proto-mathématiques sont des notions mathématiques que l'apprenant devrait pouvoir utiliser en tant qu'outils dans une situation donnée. Elles sont mobilisées implicitement par le contrat didactique.

Les notions proto-mathématiques sont ainsi au cœur de la transposition didactique qui existe dans les deux formes. Le passage entre l'objet de savoir précis (défini auparavant) et une version didactique de cet objet de savoir est appelé la transposition didactique stricto sensu. Ce qui nous intéresse, est la transposition didactique sensu lato qui détermine deux niveaux de transposition : l'objet de savoir devint l'objet à enseigner qui devient lui-même l'objet d'enseignement. Ce travail de transposition se fait par un agent ou plutôt par une sorte d'institution nommée par noosphère qui est définie comme « un véritable sas par où s'opère l'interaction entre ce système d'enseignement et l'environnement sociétal. […]. Là, se développent les conflits, là se mènent les négociations, là mûrissent les solutions. […]. Dans la noosphère, donc les représentants du système d'enseignement, […] rencontrent directement ou non, les représentants de la société » (Chevallard, 1991, pp.24-25).

Donc, on pourrait dire que la transposition didactique est un ensemble de « transformations adaptatives » de contenus de savoirs désignés comme étant à enseigner en objets d'enseignement. Ces contenus vont se modifier périodiquement pour répondre aux besoins de renouvellements demandés par la communauté scientifique d'une part (à savoir qu'il faut moderniser l'enseignement pour le rapprocher des savoirs savants) et d'autre part chaque contenu « peut-être tout simplement menacé de banalisation au regard de l'environnement social et culturel » (Joshua & Dupin, 1993, p. 200) ; ce qui provoque un éloignement du savoir partagé par les familles afin que celui-ci reste légitime. La question de la légitimation d'un contenu d'enseignement est cruciale dans le sens de la transposition didactique :

> Le choix d'un contenu d'enseignement ne relève pas seulement d'une initiative du maître, il doit apparaître comme légitime aux yeux de la société. […] A priori, différentes légitimations sont possibles : le contenu d'enseignement peut faire référence à des pratiques sociales, en particulier professionnelles ou domestiques. (Arsac, 1992, p. 10)

Pour Chevallard (1991), la légitimation épistémologique est primordiale car elle fonde la confiance que nous pouvons accorder à un savoir comme savoir. C'est-à-dire que le savoir savant mathématique en tant que savoir scientifique reste prioritaire en tant que référence dans l'enseignement des mathématiques. Pourtant, un écart entre le savoir savant mathématique et le savoir enseigné est constaté par les didacticiens. Cet écart peut avoir pour effet d'annihiler la légitimité du contenu d'enseignement. La théorie de la transposition didactique nous permet d'entrevoir la manière dont se façonne cet écart.

On a l'habitude d'associer la notion avant tout avec les disciplines où les savoirs savants (ou les savoirs des experts selon Joshua, 1996) occupent le devant de la scène en réduisant le rôle des connaissances procédurales. Pourtant l'utilisation du concept de transposition didactique est beaucoup plus vaste. Aujourd'hui, on parle aussi de transposition didactique dans les disciplines linguistiques et artistiques. La vision restreinte de la transposition didactique est erronée d'autant plus qu'elle a été désignée par Verret (1975) comme un phénomène qui dépasse l'école et les disciplines d'enseignement. Étant sociologue, Verret « s'intéressait à la façon dont toute action humaine qui vise la transmission de savoirs est amenée à les apprêter, à les mettre en forme pour les rendre 'enseignables' et susceptibles d'être appris. » (Perrenoud, 1998, p. 489). Selon Verret (1975), la transposition didactique devrait passer par les cinq transformations :

1. La désyncrétisation du savoir soit par sa structuration en champs et en domaines distincts. Les savoirs savants sont déjà organisés en disciplines, mais on ne trouve pas l'équivalent pour les autres savoirs humains ;
2. La dépersonnalisation du savoir qui sert à détacher le savoir des individus et des groupes qui le produisent soit s'en servent ;
3. Une programmation qui tient compte du fait que l'assimilation du savoir doit passer par un chemin de formation balisé ;
4. Une publicité du savoir dont le but est l'achèvement dans les référentiels et dans les programmes ;
5. Un contrôle des acquisitions.

La transposition didactique dans le contexte scolaire commence par la transposition externe et se poursuit par la mise en pratique des programmes. Elle a lieu hors de système d'enseignement, hors de la classe. C'est elle qui est réglée par la noosphère. Cette étape de la transposition didactique est au centre de ce travail, notamment en ce qui concerne la construction d'un objet de savoir dans les programmes scolaires et les moyens d'enseignement.

La deuxième étape est appelée la transposition didactique interne. Elle consiste à adapter et transformer les savoirs à enseigner, tels qu'ils apparaissent dans les programmes et les manuels et par voie de conséquence les savoirs savants dont ils sont issus en savoirs enseignés. Cette partie de la transposition didactique est effectuée par les enseignants et leurs pratiques en classe. Dans ce sens, les savoirs enseignés sont difficiles à connaître : « la salle de classe est le domaine réservé du maître et il est difficile d'observer le savoir enseigné, de repérer des constantes dans la multiplicité. Il faudrait pouvoir pénétrer dans le sanctuaire. Ce n'est pas toujours chose aisée, car ce métier est exercé en solitaire, et souvent une présence étrangère est considérée comme une immixtion » (Le Pellec & Alvarez Violette, 1991, p. 47). Donc, les enseignants sont les principaux acteurs de la deuxième étape. Ils transforment en partie les choses inconsciemment, car ils sont confrontés à des difficultés qu'ils doivent résoudre et qu'ils ont une certaine idée du savoir mathématique, des élèves, des classes, de l'apprentissage, des notions spécifiques de leur discipline sans oublier évidemment les contraintes institutionnelles. De plus, les enseignants ont des représentations sur la motivation des élèves, sur leur degré de participation, leur attitude scolaire et aussi leur rapport au travail. Tout cela influence le choix pédagogique personnel dont les buts sont bien différents de ceux d'un chercheur. Si le dernier termine son travail par l'exposition de ses résultats à la communauté scientifique et ensuite la propagation de ses résultats, l'enseignant cherche les exercices et les activités éducatives, réalise les documents d'appui dans le but que les connaissances soient intégrées par leurs élèves. Tout cela contribue à la transposition didactique interne.

Contextualisation

Afin de pouvoir comparer une notion mathématique telle qu'elle est enseignée en Suisse romande et en Ukraine, il s'avère nécessaire de contextualiser les deux systèmes scolaires.

Pour l'Ukraine, je vais développer différents aspects du système scolaire alors que pour la Suisse romande, je m'en tiendrai aux lignes de force sachant que chaque canton à son propre système s'appuyant sur l'accord HARMOS signé en 2010 par le Canton de Vaud.

a. Système éducatif ukrainien

Les principes généraux :

Le système éducatif en Ukraine se compose d'une part d'un cycle obligatoire pour tous les habitants du pays et d'autre part d'un cycle optionnel pour ceux qui désirent continuer leurs études à l'université. L'enseignement obligatoire en Ukraine comporte 2 cycles : l'école primaire (1-4 classes) et l'école secondaire (5-9). A la fin de la 9ème année, les élèves reçoivent le certificat de fin des études secondaires incomplets[1] et peuvent poursuivre leurs études dans de nombreuses écoles des métiers. Les autres élèves peuvent rester à l'école afin d'obtenir le certificat des études secondaires complets et avoir le droit de postuler dans les universités. Les élèves commencent leurs études entre 6-7 ans. L'école primaire est organisée de même façon qu'en Suisse romande. Les cours sont animés par un enseignant généraliste qui possède un diplôme universitaire dans l'enseignement pour les écoles primaires (sauf pour les cours de langues étrangères). Les professeurs qui enseignent une langue étrangère (l'école peut choisir elle-même entre l'anglais, le français, l'allemand, le polonais et l'espagnol) sont formés à enseigner cette langue étrangère lors d'études dans les facultés de lettres étrangères.

Le passage de l'école primaire à l'école secondaire est effectué automatiquement si l'élève réussit le seuil de notes minimal établi par le Ministère de l'éducation et de la science lors des examens finaux.

[1] Formulation qui se retrouve sur les certificats d'études.

L'école secondaire est subdivisée en deux niveaux : niveaux 5-6 correspondant au 7ème et 8ème Harmos sauf qu'il n'y a pas d'ECR (épreuves cantonales de référence) à la fin et les niveaux 7, 8, 9 correspondants aux 9, 10, 11e années Harmos. A la fin de la 9ème, les élèves passent les examens de certification. À partir du 5ème niveau les élèves peuvent choisir s'ils veulent être dans les classes avec la spécialisation renforcée ou s'ils préfèrent rester dans les classes orbitaires. Pour être placé dans la classe renforcée, il faut avoir des notes au-dessus du seuil prévu pour cette spécialisation. Le placement dans les classes sans spécialisation renforcée est effectué selon l'alphabet sans tenir compte des résultats des élèves. Les élèves de ces classes sont obligés de choisir une branche de spécialisation mais elle n'est pas renforcée et donc dans cette branche les élèves suivent un plan basique.

Vu la situation sociale difficile dans le pays, certains adolescents sont obligés d'abandonner leurs études à l'école obligatoire et vont travailler (légalement il est permis d'engager les enfants à partir de 14 ans pour la mi-journée. Dans ce cas, les entrepreneurs reçoivent le droit de payer moins de taxes (cette pratique est assez répandue dans les petites villages et villes). Pour ces élèves, il existe tout un système d'écoles du soir où les élèves effectuent les études secondaires dont le volume est un peu réduit par rapport à l'École normale. Ce genre d'écoles existe aussi à cause du nombre important de jeunes filles enceintes ou de jeunes mamans ayant leurs enfants avant la fin de la scolarité obligatoire. Cela leur permet de recevoir le certificat d'études pour entrer dans une école des métiers facilitant ainsi leurs possibilités d'entrer dans le monde professionnel malgré leurs difficultés.

Le système de notation :

Le système de notation a été modifié en 2000. Le système précédent était l'héritier du système de l'Union Soviétique (qui avait été établi en 1935) où les élèves étaient alors évalués avec 5 notes (réellement 4 notes) :

- La note 5 correspond au niveau « excellent » de maitrise du sujet,
- La note 4 correspond au « bon » niveau de maitrise,
- La note 3 correspond au niveau « suffisant » de maitrise
- Enfin la note 2 correspond au niveau « insuffisant » de maitrise
- La note 1 n'était presque pas utilisée dans le système ancien

En 2000 et selon l'acte numéro 428/48 du 04.09.2000 qui prévoit le changement des plans et des compétences vérifiées lors des examens ainsi que des certifications intermédiaires, nous sommes passés au nouveau système des notes. Dorénavant, toutes les écoles travaillent avec ces nouveaux plans et programmes d'études et le nouveau système de certification et de contrôle des connaissances.

En ce qui concerne le système de notation, il contient 4 niveaux de maitrise des connaissances et des compétences avec la subdivision de chaque niveau en trois niveaux supplémentaires :

- Les notes 1-3 correspondent aux réponses fragmentaires des élèves donc à un niveau « élémentaire » de maitrise de la discipline.
- Les notes 4-6 correspondent à la maitrise « moyenne » de la discipline. L'élève reproduit les bases du matériel théorique. Il est capable d'effectuer les exercices selon les modèles donnés auparavant.
- Les notes 7-9 correspondent au niveau « moyen supérieur » de maitrise de la discipline. L'élève sait les propriétés des notions et des concepts, les liens entre eux. Il est capable d'expliquer les schémas et d'utiliser individuellement ses connaissances dans des situations standardisées. Il a développé les compétences de déduction, d'analyse, de généralisation et d'abstraction. Sa réponse est juste, logiquement construite et bien raisonnée mais il lui manque encore une partie des connaissances.
- Les notes 10-12 correspondant au niveau « supérieur » de maitrise. Les connaissances dans la discipline sont profondes, systématiques et pourvues d'approfondissements personnels. L'élève effectue les tâches avec une certaine créativité. Il possède son point de vue, il est capable de défendre ce point de vue, de réfuter les arguments des autres, de trouver des exemples prouvant sa démarche réflexive.

Le système de certification

Lors du passage de l'école primaire à l'école secondaire et à la fin des études obligatoires les élèves doivent passer des examens identiques pour toutes les écoles du pays. Le jour d'examen est le même pour tous les élèves ainsi que l'horaire de passage. Les épreuves sont envoyées par e-mail aux écoles seulement quelques minutes avant l'épreuve afin d'éviter toutes sortes de schémas de corruption imaginables. À la fin de l'école primaire, les élèves doivent passer les examens de langue maternelle et de mathématiques. À la fin de la 9ème, les élèves passent 3 examens : la langue et la littérature ukrainienne, l'histoire de l'Ukraine et l'histoire mondiale, la discipline de spécialisation selon le choix de l'élève. Il faut dire que la liste peut changer d'une année à l'autre souvent à cause des mathématiques tantôt ajoutées, tantôt exclues de la liste des examens obligatoires.

Les examens ne sont pas la forme unique de contrôle des connaissances lors de l'année scolaire. Il peut y avoir plusieurs formes :

- Le questionnement oral (individuel, par groupe, au frontal) ;
- Le questionnement écrit (avec des travaux ressemblants aux tests associés du Canton de Vaud, des travaux sommatifs équivalents aux tests significatifs vaudois, les QCM) ;
- Le travail graphique (lié à l'accomplissement des tâches avec les diagrammes, les graphiques, les schémas, les cartes géographiques) ;
- Le travail pratique (l'accomplissement des travaux dans le laboratoire dans le cadre de la biologie, de la chimie et de la physique, les projets personnels, la production des objets de différente nature).

Les professeurs ne sont pas censés prévenir en avance les élèves sur le contrôle des connaissances quelle que soit sa forme, ni son contenu.

Les branches d'enseignement principales :

Les branches principales d'enseignement sont :

- ✓ **La langue et la littérature** : la langue et la littérature ukrainiennes, la langue et la littérature étrangères
- ✓ **Les sciences sociologiques** : l'histoire de l'Ukraine et mondiale, les bases de droit, l'économie
- ✓ **L'art** : la musique, la peinture, l'art
- ✓ **Les mathématiques** : les mathématiques, l'algèbre, la géométrie
- ✓ **Les sciences de la nature** : la biologie, la géographie, la physique et la chimie
- ✓ **Les technologies** : les travaux manuels et l'informatique
- ✓ **La santé et la culture physique** : les bases de la santé, la culture physique

La planification du cursus de l'enseignement :

Lors des études secondaires les élèves doivent effectuer 5'845 heures : pour les élèves de 5ème 1'050 heures de travail en classe, pour les élèves de 6ème 1'155 heures de travail lors de l'année scolaire, pour les élèves de 7ème 1'127,5 heures pour l'année scolaire, pour les élèves de 8ème 1'207,5 heures pour l'année scolaire et enfin pour les élèves de 9ème 1'260 heures pour cette dernière année scolaire.

La planification des cours par le Ministère de l'éducation et de la science contient deux parties :

- La partie invariable (qui est obligatoire pour toutes les écoles qui correspondent à l'enseignement de base sans la spécialisation approfondie avec la langue ukrainienne comme langue d'enseignement). Il faut dire que l'Ukraine est un pays avec plusieurs communautés ethniques. Il est permis de créer dans les écoles des classes ayant une langue d'enseignement autre que la langue ukrainienne qui peut être la langue ethnique de cette communauté à condition d'avoir tout le matériel indispensable (les livres, les vocabulaires etc.) et les professeurs diplômés ayant les compétences langagières dans la langue de cette communauté. Un des exemples de telles communautés est un village dans la région d'Odessa complétement bulgarophone où les élèves suivent le cursus de l'enseignement obligatoire en bulgare ; ayant des heures supplémentaires dans la langue ukrainienne en tant que seule langue officielle du pays.

- La partie variable du programme est définie par chaque école individuellement en tenant compte des spécificités de l'organisation de l'enseignement dans l'établissement (par exemple, l'existence de 2 relèves dans une école à cause de nombre d'élèves important et le manque de salles de classe), les spécificités de la région, les dotations sur l'équipement, les manuels, l'équipe pédagogique, etc. Cette partie peut être intégrée différemment dans les horaires fixes :

- L'approfondissement de certaines branches (les heures supplémentaires dans l'horaire des élèves et qui sont absolument obligatoires),
- L'introduction de cours facultatifs et des cours à choix qui renforcent la spécialisation de l'école (au cas où elle existe) : l'éthique, l'histoire des religions et des cultures, la rhétorique, la logique, l'histoire, économie et la géographie de la région, la chorégraphie, le dessin technique, les bases des connaissances de consommateurs (analogue à l'économie familiale en Suisse), le monde des métiers, etc.
- Les cours personnels et les consultations.

Samedi et dimanche sont considérés comme jours de congé. Les professeurs ont le droit de donner des devoirs pour le lendemain ; de même des devoirs peuvent être donnés le vendredi et doivent être présentés par l'élève le lundi suivant le week-end. Il n'y a aucun acte du ministère d'éducation qui donne des instructions sur la quantité des devoirs.

Les compétences générales à développer lors des études secondaires :

Selon le standard national de l'éducation et de la science, les professeurs doivent effectuer l'enseignement de leur discipline en lien avec les compétences suivantes :

- **La communication en langue ukrainienne soit en langue de la communauté nationale:** Les élèves sont censés définir la problématique et poser des questions supplémentaires, réfléchir afin de faire les conclusions en se basant sur les informations présentées différemment (en forme de texte, de tableaux, de graphiques et de diagrammes), comprendre et interpréter les problèmes textuels, utiliser les vocabulaires appropriés à chaque discipline, formuler de façon laconique et compréhensible leurs raisonnements et leurs réponses, éviter les expressions non appropriées, enrichir leur vocabulaire. Les élèves doivent comprendre l'importance des formulations brèves et laconiques en formulant différentes définitions, propriétés, règles et théorèmes.
- **La communication en langue étrangère** : Les élèves doivent effectuer la communication dans les domaines et les situations prévues par les programmes d'études, être à l'aise avec la compréhension orale de textes authentiques de différents genres, de même que la compréhension écrite de différents niveaux de complexité, utiliser les dictionnaires unilingues et multilingues, être à l'aise avec la production écrite et orale, faire connaissance avec les œuvres littéraires et leurs auteurs. Les élèves doivent évaluer avec une regard critique des informations et les utiliser dans différentes situations ayant des buts différents, exprimer leurs pensées, leurs sentiments et leurs perceptions, utiliser leur propre expérience reçue lors des études de la langue natale et l'utiliser lors des études de la langue étrangère, choisir et appliquer les stratégies réussies de communication en tenant compte du but et du contexte de communication, approfondir individuellement l'apprentissage de la langue étrangère.
- **Les compétences mathématiques** : Les élèves doivent savoir gérer les informations textuelles et numériques, déterminer les relations entre les objets du monde réel, résoudre les problèmes avec un sens pratique, construire et étudier les plus simples modèles mathématiques, interpréter les résultats avec un regard critique, faire le pronostic dans le contexte de tâches pratiques et pédagogiques. Les élèves sont censés comprendre le rôle important des mathématiques dans la société moderne qui se dirige vers un développement du pays centré sur une économie forte et basée sur la technologie. Ils se rendent compte que les mathématiques servent comme outil important dans plusieurs branches scientifiques et disciplines scolaires.

- **Les compétences dans les sciences de la nature et les technologies** : Les élèves doivent détecter les phénomènes et les processus naturels, effectuer les recherches sur eux en utilisant les outils technologiques. Les élèves se rendent compte de l'importance des sciences de la nature come une langue universelle de la science, de la technologie et des techniques.
- **Les compétences informatiques et numériques** : Les élèves doivent savoir structurer les données, réagir selon l'algorithme et les composer, déterminer la suffisance des données dans le cadre de solution des problèmes, trouver les informations et définir la crédibilité des sources des informations. Les élèves progressent dans les compétences indiquées en utilisant des ordinateurs et des applications appropriées, notamment WORD ; POWERPOINT ; EXCEL.
- **La volonté d'apprendre lors de la vie** : déterminer le but de l'activité d'apprentissage, sélectionner et appliquer les différentes connaissances afin d'atteindre le but choisi, organiser et planifier sa propre activité d'apprentissage, modéliser son propre chemin d'études, analyser, contrôler, corriger et revoir avec un regard critique les résultats de l'activité scolaire, prouver que le raisonnement personnel est juste c'est-à-dire être capable d'identifier les fautes dans le raisonnement. Les élèves sont censés comprendre les besoins et l'importance de nouvelles connaissances et travailler constamment afin d'améliorer les résultats obtenus.
- **L'initiative et le sens du commerce** : Les élèves doivent apprendre à générer de nouvelles idées, analyser, faire une évaluation afin de choisir la solution optimale, utiliser les critères de choix rationnel et exact afin de choisir la meilleure solution, tester les différentes stratégies afin de trouver la solution adaptée à chaque situation de la vie. Les élèves apprennent à être confiants en eux-mêmes, développer des qualités de leader, croire au succès personnel et celui de l'équipe, garder un esprit positif dans les difficultés.
- **Les compétences sociales** : Les élèves expriment leurs propres points de vue, entendent et écoutent ceux des autres, évaluent les raisonnements des autres et changent leur point de vue en se fondant sur les preuves, argumentent et défendent leur point de vue, collaborent en trouvant leur place et leur rôle dans le travail d'équipe, analysent le budget familial, s'orientent parmi les offres abondantes de marché, font leurs choix de consommation. Les élèves doivent faire connaissance avec les épargnes familiales et personnelles, développer l'égalité envers les membres de la société indépendamment de leur statut économique, social et leur origine, la responsabilité de leur engagement dans

le projet, le respect des droits de l'Homme et la position active concernant la lutte contre la discrimination selon les critères de races, de nationalités, de religion, de langue de communication, etc.

- **Les connaissances des bases de la culture** : Les élèves doivent savoir exprimer leur opinion correctement du point de vue de la langue et de la logique, argumenter et discuter en tenant compte des différences culturelles entre les représentants de différentes nations, de différentes religions, etc. Les élèves apprennent les différents courants dans l'art et la littérature notamment dans l'architecture, la peinture et la musique. Les élèves construisent leurs identités nationales tout en respectant la diversité culturelle présente dans le monde d'aujourd'hui.
- **Les bases de connaissances écologiques et de santé** : Les élèves apprennent à analyser avec un regard critique les événements sociaux, politiques et économiques dans le monde et à l'intérieur du pays, faire de multiples hypothèses des événements (dans le cadre de loi, de développement de l'économie, de l'éthique, de la politique et des humeurs sociales de la société) afin de ne pas devenir les victimes de manipulations de la part du gouvernement et d'autres forces politiques ou sociales. Les élèves apprennent les bases de bonne santé : l'influence négative de l'alcool, des cigarettes et du tabac, des drogues, et le rôle primordial de l'alimentation équilibrée (ou saine) et du sport. Les élèves font connaissances avec les conditions d'hygiène personnelle et des conditions de la préservation de l'état de l'air, de l'eau, du sol, etc.

Les moyens d'enseignement :

Le Ministère de l'enseignement et de l'éducation établit la liste des moyens d'enseignement parmi lesquelles les écoles sont libres de choisir les manuels. En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques en école secondaire, les manuels d'algèbres suivants sont conseillés :

Pour la 7ème année scolaire (donc 9ème HARMOS) :

- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Мерзляк А.Г., Полонський В.Б, Якір М.С. ТОВ ТО "Гімназія"
- Kravchuk V. R., Pidrouchna M. V. & Yanchenko G. M., Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М. Редакція газети "Підручники і посібники"

- Ister O.S., Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Істер О.С. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Bevz G.P. & Bevz V.G. Algèbre, le manuel de 7ème année. /«Алгебра» підручник для 7 класу знз Бевз Г.П., Бевз В.Г. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Maliiovanii Y. I., Litvinenko G.M. & Boyko G.M. Algèbre, le manuel de 7ème année / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М., Бойко Г.М. Навчальна книга – Богдан
- Zeitlin O.I., Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Цейтлін О.І. Ранок
- Tarasenkova N.A., Bogatiryova I.M., Kolomiyez O.M. & Serdyuk Z.O. Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра» підручник для 7 класу знз Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. ТОВ “Видавничий дім “Освіта”

Pour le 8ème année scolaire (10 ème Harmos) :

- Ister O.S., Algèbre, le manuel de 8 ème année. / «Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Істер О.С. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Algèbre, le manuel de 8ème année. / «Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б Якір М.С. ТОВ ТО “Гімназія”
- Bevz G.P. & Bevz V.G. Algèbre, le manuel de 8ème année. /«Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Бевз Г.П., Бевз В.Г. ТОВ “Фоліо”
- Prokopenko N.S., Zahariychenko Y.O. & Kinachyuk N.L. Algèbre, le manuel de 8ème année. / «Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Прокопенко Н.С., Захарійченко Ю.О., Кінащук Н.Л. ТОВ “Видавництво “Ранок”
- Kravchuk V. R., Pidrouchna M. V. & Yanchenko G. M., Algèbre, le manuel de 8ème année/ «Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М. Редакція газети “Підручники і посібники”
- Tarasenkova N.A., Bogatiryova I.M., Kolomiyez O.M. & Serdyuk Z.O. Algèbre, le manuel de 8ème année. / «Алгебра» підручник для 8 класу ЗНЗ. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. ТОВ “Український освітянський видавничий центр “Оріон”
- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Algèbre, le manuel de 7ème année. / «Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики» підручник для 8 класу ЗНЗ. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б, Якір М.С. ТОВ ТО “Гімназія”

Pour le 9ème année scolaire (11ème Harmos) :

- Tarasenkova N.A., Bogatiryova I.M., Kolomiyez O.M. & Serdyuk Z.O. Algèbre, le manuel de 9ème année. / «Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О.)
- Ister O.S., Algèbre, le manuel de 9ème année. /«Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт Істер О.С.)
- Kravchuk V. R., Pidrouchna M. V. & Yanchenko G. M., Algèbre, le manuel de 9ème année/ «Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М.)
- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Algèbre, le manuel de 9ème année. / «Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.)
- Prokopenko N.S., Zahariychenko Y.O. & Kinachyuk N.L. Algèbre, le manuel de 8ème année. /«Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Прокопенко Н.С., Захарійченко Ю.О., Кінащук Н.Л.)
- Bevz G.P. & Bevz V.G. Algèbre, le manuel de 8ème année. / «Алгебра» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Г.П. Бевз, В.Г. Бевз)
- Les manuels conseillés par le Ministère d'enseignement pour l'enseignement de la géométrie, les écoles peuvent choisir parmi la liste :

Pour la 7ème année scolaire (donc 9ème Harmos) :

- Burda M.I. & Tarasenkova N.A. Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. ТОВ "Видавничий дім "Освіта"
- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Мерзляк А.Г., Полонський В.Б, Якір М.С. ТОВ ТО "Гімназія"
- Roganin O.M. & Kapinosov A.M. Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Роганін О.М., Капіносов А.М. Редакція газети "Підручники і посібники"
- Yershova A.P., Goloborodko V.V. & Kriganovskii O.F. Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Єршова А.П, Голобородько В.В., Крижановський О.Ф. Ранок
- Bevz G.P. & Bevz V.G., Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. ТОВ "Видавництво "Генеза"

- Ister O.S., Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Істер О.С. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Apostolova G.V., Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Апостолова Г.В. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Tadeev V.O. Géométrie, le manuel de 7ème année. / «Геометрія» підручник для 7 класу знз Тадеєв В.О. Навчальна книга – Богдан

Pour la 8ème année scolaire (donc 10ème Harmos) :

- Ister O.S., Géométrie, le manuel de 8ème année. / «Геометрія» підручник для 8 класу ЗНЗ. Істер О.С. ТОВ “Видавництво “Генеза”
- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Géométrie, le manuel de 8ème année. /«Геометрія» підручник для 8 класу ЗНЗ. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б, Якір М.С. ТОВ ТО “Гімназія”
- Yershova A.P., Goloborodko V.V. & Kriganovskii O.F. Géométrie, le manuel de 8ème année. / «Геометрія» підручник для 8 класу ЗНЗ. Єршова А.П, Голобородько В.В., Крижановський О.Ф. ТОВ “Видавництво “Ранок”
- Bevz G.P. & Bevz V.G., Géométrie, le manuel de 8ème année. /«Геометрія» підручник для 8 класу ЗНЗ. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. ТОВ “Фоліо”
- Burda M.I. & Tarasenkova N.A. Géométrie, le manuel de 8ème année. /«Геометрія» підручник для 8 класу ЗНЗ. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. ТОВ “Український освітянський видавничий центр “Оріон”

Pour la 9ème année scolaire (donc 11ème Harmos) :

- Merzlyak, A.G., Polonskii V. B. & Yakir, M. S., Géométrie, le manuel de 9ème année. Геометрія» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.)
- Bevz G.P., Bevz V.G. & Vladimirova N.G., Géométrie, le manuel de 9ème année. / «Геометрія» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г.)
- Yershova A.P., Goloborodko V.V. & Kriganovskii O.F. Géométrie, le manuel de 9ème année. / «Геометрія» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф., Єршов С.В.)
- Burda M.I. & Tarasenkova N.A. Géométrie, le manuel de 9ème année. / «Геометрія» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А.)

- Ister O.S., Géométrie, le manuel de 9ème année. / «Геометрія» підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Істер О.С.)

L'organisation de la journée scolaire :

Les élèves à l'école primaire ne se déplacent pas dans l'école. La majorité des cours a lieu dans leur salle sauf les cours de sport, de musique éventuellement et des déplacements à la cantine pour la grande pause de midi. Les pauses sont organisées de façon à ce que les parents ne doivent pas venir chercher les enfants pour midi. Les élèves du primaire restent à l'école sous surveillance de 8.00 à 16.00.

A partir de la 5ème, les élèves se déplacent dans l'école car les salles sont reparties entre les professeurs et donc chaque professeur s'occupe du matériel éducatif de sa propre salle. Ils ont leur nouveau maître de classe avec sa propre salle auquel les élèves peuvent s'adresser pour toutes questions. Néanmoins, il est interdit de laisser ses affaires personnelles dans la salle afin d'éviter les vols, etc. Donc, les élèves se déplacent entre les salles avec toutes leurs affaires. Il n'y a pas de système de casiers pour les affaires personnelles et les livres comme en Suisse romande.

Les mathématiques dans le système éducatif ukrainien

Les mathématiques prennent une place importante dans l'horaire scolaire même si l'état l'avait exclu des examens de certification en 9ème ces 3 dernières années. Afin de mieux comprendre la grille des cours, j'aimerais citer 4 programmes scolaires établis par le ministère de l'éducation.

Programme 1 : le programme de base sans la spécialisation renforcée avec la langue ukrainienne pour l'enseignement :

Les branches d'enseigne-ment	**Les disciplines scolaires**	**Le nombre d'heures par semaine pour les différents niveaux**				
		5	**6**	**7**	**8**	**9**
Les langues et la littérature	La langue ukrainienne	3,5	3,5	2,5	2	2

	La littérature ukrainienne	2	2	2	2	2
	La langue étrangère	3	3	3	3	3
	La littérature étrangère	2	2	2	2	2
Les sciences sociales	L’histoire de l’Ukraine	1	1	1	1,5	1,5
	L’histoire mondiale	-	1	1	1	1
	Les bases de droit	-	-	-	-	1
Les arts	La musique	1	1	1	-	-
	Les arts visuels	1	1	1	-	-
	L’art	-	-	-	1	1
Les mathématiques	Les mathématiques	4	4	-	-	-
	L’algèbre	-	-	2	2	2
	La géométrie	-	-	2	2	2
Les sciences de la vie et de la nature	Les connaissances sur la nature	2	-	-	-	-
	La biologie	-	2	2	2	2
	La géographie	-	2	2	2	1,5
	La physique	-	-	2	2	3
	La chimie	-	-	1,5	2	2

Les technologies	Les travaux manuels	2	2	1	1	1
	L'informatique	1	1	1	2	2
La santé et la culture physique	Les bases de la santé	1	1	1	1	1
	La culture physique	3	3	3	3	3
Total		23,5+3	26,5+3	28+3	28,5+3	30+3
Le temps prévu pour les consultations et le renforcement de certaines disciplines		3,5	3,5	2,5	3	3
Le nombre d'heures maximal approuvé par le ministère d'éducation		28	31	32	33	33
Total (sans tenir compte de partage des classes en groupes)		27+3	30+3	30,5+3	31,5+3	33+3

Programme 2 : le programme de bases sans la spécialisation renforcée avec la langue d'enseignement différent de l'ukrainienne (donc avec la langue de la communauté) :

Les branches d'enseignement	**Les disciplines scolaires**	**Le nombre d'heures par semaine pour les différents niveaux**				
		5	**6**	**7**	**8**	**9**
Les langues et la littérature	La langue ukrainienne	3,5	3,5	2,5	2	2
	La littérature ukrainienne	2	2	2	2	2

	La langue étrangère	3	2	2	2	2
	La langue de la communauté	3	3,5	2,5	2	2
	La littérature contenant la littérature de la langue de la communauté	2	2	2	2	2
Les sciences sociales	L'histoire de l'Ukraine	1	1	1	1,5	1,5
	L'histoire mondiale	-	1	1	1	1
	Les bases de droit	-	-	-	-	1
L'art	La musique	1	1	1	-	-
	Les arts visuels	1	1	1	-	-
	L'art	-	-	-	1	1
Les mathématiques	Les mathématiques	4	4	-	-	-
	L'algèbre	-	-	2	2	2
	La géométrie	-	-	2	2	2
Les sciences de la vie et de la nature	Les connaissances sur la nature	2	-	-	-	-
	La biologie	-	2	2	2	2
	La géographie	-	2	2	2	1,5
	La physique	-	-	2	2	3
	La chimie	-	-	1,5	2	2
Les technologies	Les travaux manuels	2	2	1	1	1

	L'informatique	1	1	1	2	2
La santé et la culture physique	Les bases de la santé	1	1	1	1	1
	La culture physique	3	3	3	3	3
Total		26,5+3	29+3	29,5+3	29,5+3	31 +3
Le temps prévu pour les consultations et le renforcement de certaines disciplines		0,5	1	1	2	2
Le nombre d'heures maximal approuvé par le ministère d'éducation		28	31	32	33	33
Total (sans tenir compte de partage des classes en groupes)		27+3	30+3	30,5+3	31,5+3	33 +3

Programme 3 : Le programme avec la spécialisation dans les branches techniques :

Les branches d'enseignement	**Les disciplines scolaires**	**Le nombre d'heures par semaine pour les différents niveaux**				
		5	**6**	**7**	**8**	**9**
Les langues et la littérature	La langue ukrainienne	3,5	3,5	2,5	2	2
	La littérature ukrainienne	2	2	2	2	2
	La langue étrangère	3	2	2	2	2
	La littérature étrangère	2	2	2	2	2
Les sciences sociales	L'histoire de l'Ukraine	1	1	1	1,5	1,5

	L'histoire mondiale	-	1	1	1	1
	Les bases de droit	-	-	-	-	1
L'art	L'art	1	1	1	0,5	0,5
Les mathématiques	Les mathématiques	4	4	-	-	-
	L'algèbre	-	-	2	2	2
	La géométrie	-	-	2	2	2
Les sciences de la vie et de la nature	Les connaissances sur la nature	2	-	-	-	-
	La biologie	-	2	2	2	2
	La géographie	-	2	2	2	1,5
	La physique	-	-	2	2	3
	La chimie	-	-	1,5	2	2
Les technologies	Les travaux manuels	2	2	1	1	1
	L'informatique	1	1	1	1	1
	Le dessin technique	-	-	1	1	-
	Le programmation	-	-	-	2	2
	La créativité technique	1	2	1	1	1
La santé et la culture physique	Les bases de la santé	1	1	1	1	1
	La culture physique	3	3	3	3	3
Total		23,5+3	26,5+3	28+3	30+3	30,5 +3
Le temps prévu pour les consultations et le renforcement de certaines disciplines		4,5	4,5	4	3	2,5

Le nombre d’heures maximal approuvé par le ministère d’éducation	28	31	32	33	33
Total (sans tenir compte de partage des classes en groupes)	28+3	31+3	32+3	33+3	33+3

Programme 4 : La planification pour l’école de soir :

Les discipline scolaires	**Le nombre d’heures par semaine pour les différents niveaux**				
	5	**6**	**7**	**8**	**9**
La langue et la littérature ukrainiennes	5,5	5,5	4,5	4	4
La langue étrangère	3	2	2	2	2
La littérature étrangère	2	1,5	1,5	1,5	1,5
L’histoire de l’Ukraine et l’histoire mondiale	1	2	2	2	2
Les bases de droit	-	-	-	-	1
Les arts visuels	-	-	-	-	1
Les mathématiques	4	4	4	4	4
Les connaissances sur la nature	2	-	-	-	-
La biologie	-	1	1	1,5	1,5
La géographie	-	2	2	1,5	1,5
La physique	-	-	1	1,5	1,5
La chimie	-	-	1	1,5	1,5
L’informatique	1	1	1	1	1
Total	18,5	19	20	20,5	22,5
Le temps prévu pour les consultations et le renforcement de certaines disciplines	3,5	3	3	2,5	0,5

Total (sans tenir compte de partage des classes en groupes)	22	22	23	23	23

Selon les tableaux présentés ci-dessus, les mathématiques constituent une partie invariable. L'algèbre et la géométrie ensemble font 4 heures par semaine indépendamment de la langue d'enseignement et de la spécialisation. Une seule discipline représente 12,5% du temps maximal par semaine sans tenir compte du temps libre prévu pour les consultations et les autres activités. Le nombre de cours de mathématiques impose des exigences mathématiques élevées ainsi qu'un cursus assez approfondi.

Les objectifs demandés aux professeurs qui enseignement l'algèbre sont :

- ✓ Le développement de compétences de transformations en utilisant les principes des identités connues tout en manipulant des nombres naturels, rationnels et réels. Les élèves apprennent la notion de valeur absolue, de puissance a^n *dont a est un nombre réel, n est un nombre naturel,* de la racine $\sqrt[n]{a^k}$ *dont a est un nombre réel, n, k sont des nombres naturels.*
- ✓ La solution des équations, des inéquations et les systèmes contenants des équations, des inéquations, les deux et leurs applications dans les mathématiques et les autres branches d'études. Les élèves apprennent les équations de 1er degré à 1 inconnu, de 2ème degré à 1 inconnu, les équations qui peuvent être réduites aux équations de 2ème degré à 1 inconnu soit aux équations de 1er degré à 1 inconnu, les systèmes d'équations de 1er degré à 2 inconnus et les systèmes d'équations à 2 inconnus de second degré. Les élèves apprennent les méthodes de solutions des inéquations de 1 degré et de 2nd degré.
- ✓ L'utilisation des fonctions comme les outils de modélisation des phénomènes et des processus de la vie quotidienne. Les élèves apprennent les propriétés des fonctions élémentaires telles que la fonction affine et la fonction linéaire, la fonction cubique et la fonction quadratique, la fonction homographique, la fonction racine n-ème, la fonction de la valeur absolue ainsi qu'ils apprennent à définir les ensembles de départ et les ensembles d'arrivée pour chaque fonction mentionnée ainsi que pour les combinaisons des fonctions. Les élèves apprennent à construire les graphiques en se basant sur les connaissances théoriques des propriétés des fonctions mentionnées en utilisant les méthodes de transformations des graphiques : $f(x) \to f(x)+a$; $f(x) \to f(x+a)$; $f(x) \to kf(x)$, $f(x) \to -f(x)$.

- ✓ L’application de différentes formes de construction d’un raisonnement logique et cohérent : l’induction, la déduction, les algorithmisassions, les formules récurrentes, la généralisation, etc.
- ✓ La reconnaissance et l’application de formules de suites arithmétiques et géométriques.
- ✓ La reconnaissance de la situation d’utilisation des formules combinatoires ainsi que les formules de bases de statistiques et de probabilité. Les élèves apprennent les 3 formules combinatoires et les spécificités de l’application de chaque formule. Les élèves apprennent la définition de la fréquence d’un événement et de sa probabilité et calculent la probabilité des événement élémentaires. Les élèves font connaissances des bases des statistiques sous la forme de différentes méthodes de présentation de données, les traitements de données numériques, la construction de différents diagrammes.

Il faut dire que la notion de fonction est présente lors du cursus d’enseignement de l’algèbre à l’école secondaire. Cette notion est étudiée en fort lien avec les identités remarquables, les équations (notamment les méthodes graphiques de solution des équations et de systèmes des équations). Les propriétés de fonctions doivent être déduites par les élèves et ensuite prouvées analytiquement. Cette approche assure la compréhension profonde de la notion de fonction par les élèves. Le programme insiste aussi sur le développement des compétences de construction de graphiques et de l’analyse de graphiques de fonctions en tant que les modèles mathématiques des processus réels.

Les critères de divisibilités, les priorités des opérations, le PGDC, le PPMC, les opérations avec les nombres relatifs et les nombres rationnels, les proportionnalités sont étudiés en 6ème ce qui correspond au niveau de 8ème HARMOS.

En ceux qui concerne la géométrie, le cursus est aussi dense et approfondi que le cursus d’algèbre. Les élèves apprennent les figures géométriques et leurs propriétés. Les concepts principaux sont : le point, la droite, l’aire de la figure, la position du point dans l’espace. Parmi les concepts, les élèves font connaissances avec le point, la droite, la demi-droite, le segment, l’angle, le triangle, le quadrilatère, le cercle. L’élève doit savoir définir les concepts, nommer et montrer les propriétés à l’aide de croquis, classifier les angles, les triangles et es quadrilatères. En 7ème les élèves font connaissances avec les bases de la géométrie : les définitions, les théorèmes, les méthodes de preuve de théorèmes, les problèmes de constructions. Les élèves approfondissent les connaissances sur l’angle. En 8ème, les élèves font connaissances avec le triangle particulier le triangle rectangle. Afin de résoudre les problèmes liés au triangle rectangle il est nécessaire d’introduire la trigonométrie dans un triangle rectangle (notamment la notion de *cos*, de *sin* et de *tan* d'un angle aigu) et le théorème de Pythagore. En $9^{ème}$ les élèves apprennent les formules de recherches les *sin* et les *cos* des angles obtus ($sin\ (180° - \alpha) = sin\ \alpha$; $cos\ (180° - \alpha) = -\cos \alpha$) et le théorème de sin et de cos.

Le concept fondamental de la géométrie, l'aire de la figure plane, est étudiée en $8^{ème}$. L'introduction de la notion de l'aire permet de donner aux élèves l'accès aux problèmes de diverses applications en s'appuyant d'une part sur les propriétés de l'aire et d'autre part sur les propriétés de figures planes.

En $9^{ème}$ les élèves se rendent compte du cadre analytique de la géométrie : les élèves apprennent l'équation d'une droite et d'un cercle, les formules de la longueur d'un segment et des coordonnées d'un milieu d'un segment, la méthode des coordonnées qui est utilisée pour la preuve de certains théorèmes.

Le cursus inclut l'enseignement de valeurs scalaires (telles que par exemple l'aire et le volume) et les vecteurs notamment les vecteurs égaux, colinéaires, opposés.

Il faut noter que les transformations géométriques ne sont pas étudiées en intégrité comme une séquence complète. Elles sont introduites plutôt en $7^{ème}$ lors d'enseignement de différents problèmes de constructions.

Les solides (le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide et son développement, les formules de volume d'un cube et d'un parallélépipède rectangle) sont étudiés en $5^{ème}$ (donc en $7^{ème}$ HARMOS) ainsi que les notions géométriques de base : la droite, le segment, l'angle et la mesure d'angle, le périmètre d'un triangle, d'un carré et d'un rectangle.

Le théorème de Thalès est étudié en $8^{ème}$ lors d'enseignement des quadrilatères. Si en Suisse le théorème de Thalès est étudié en utilisant les différentes configurations de triangles et ensuite en généralisant le théorème jusqu'à la formulation de théorème de Thalès généralisé, en Ukraine le cheminement d'enseignement n'est pas le même. Vu qu'il est enseigné lors d'enseignement des quadrilatères, alors le théorème de Thalès généralisé est introduit comme un théorème principal et les configurations sont présentées comme des cas particuliers de ce théorème lors d'enseignement de séquence sur les triangles.

Système éducatif suisse[2]

[2] J'ai choisi à dessein de ne pas détailler les composantes des systèmes scolaires en Suisse et notamment le système scolaire vaudois car ils semblent connus des lecteurs et lectrices suisses.

Selon la brochure *Impulsions pour la coopération internationale en matière « éducation ». Expériences du système scolaire suisse* (2018) éditée par la Direction du développement et la coopération (DDC), le système scolaire suisse s'appuie sur cinq points forts :

- Le premier point est la place centrale de l'école publique. Elle effectue le rôle intégrateur et garantit la haute qualité d'enseignement à toute la population du pays incluant les familles issues de l'immigration et les familles en situation irrégulière, donc sans papiers. Les statistiques montrent qu'en 2017 environ 263 millions d'enfants dans le monde n'étaient pas scolarisés pour plusieurs raisons : la pauvreté, l'absence d'écoles, les barrières sociales, culturelles et religieuses, les guerres, etc. La Suisse, à son tour, s'investit beaucoup dans l'école obligatoire afin de la rendre accessible à tous avec le même niveau d'enseignement partout dans le pays. Cet investissement est d'une part rentable sur le plan économique et social et d'autre part est un moyen de cohésion sociale et nationale ;
- Le deuxième point fort est la décentralisation de l'éducation. Les 26 cantons sont souverains en matière d'enseignement. Ils ont le droit de définir les structures et les contenus de la scolarité obligatoire. Cependant, la Confédération suisse fixe les principes d'enseignement. Certaines disciplines sont obligatoirement enseignées dans tous les cantons helvétiques, notamment les mathématiques. Il faut ajouter aussi que les modèles scolaires sont variés. Les enseignants ont la possibilité d'aménager leur enseignement pour répondre aux besoins locaux. La direction et les commissions scolaires se chargent de veiller et garantir la qualité au sein de l'établissement. Celle-ci est aussi assurée par les organes de surveillance et les inspections cantonaux dans de nombreux cantons suisses ;
- Le troisième point fort est le plurilinguisme. Celui-ci contribue à la cohésion sociale et nationale, à la construction de l'identité nationale ;
- Le quatrième point fort est lié à l'acquisition des compétences-clés à l'école qui préparent les élèves à la vie. L'approche centrée sur la vie quotidienne et l'apprentissage sont des points forts du système scolaire suisse. Dans ce sens, le programme de mathématiques est construit de façon à introduire des concepts utilisables dans la vie quotidienne, et de l'autre part, il permet d'aller plus loin pour les élèves qui se destinent aux études dans le cycle post obligatoire. Les mathématiques, comme les autres disciplines, contribuent au développement des compétences personnelles (autoréflexion, indépendance, autonomie), des compétences méthodologiques

(résolution de problèmes, de tâches, utilisation de l'information, compétences linguistiques), des compétences sociales (faculté à coopérer, gestion de la diversité, gestion des conflits) ;

- Le dernier point est en lien avec les facteurs de succès dans la formation professionnelle et l'activité professionnelle. Parmi les facteurs, on cite la bonne éducation scolaire, le système dual et la perméabilité. En Suisse, l'école obligatoire transmet les connaissances nécessaires pour le développement personnel et professionnel grâce à sa qualité élevée.

Les programmes scolaires de Suisse romande sont construits à partir des points forts qui viennent d'être listés.

Démarche de recherche

Critères de comparaison

En comparant la « partie théorique » des manuels ukrainiens et suisses romands, je vais m'intéresser à l'introduction de la définition de la fonction (au sens strict vs par la construction), à l'introduction et au développement des propriétés de la fonction ainsi qu'à l'introduction de plusieurs classes de fonctions, leurs quatre représentations, les liens entre eux et leurs propriétés.

Pour effectuer une comparaison la plus objective possible, j'ai formulé plusieurs critères. En ce qui concerne le premier critère de comparaison de la partie pratique (donc, les exercices présentés dans les Moyens d'Enseignement Romands - MER et les manuels ukrainiens), je vais me référer à la taxonomie proposée par Deruaz (2014). Lors d'un séminaire de didactique de mathématiques, Mme Anne Binz (formatrice à la Haute école pédagogique Vaud) a présenté la taxonomie de Bodin (2003)[3] et la taxonomie simplifiée de Deruaz (2014) qui servent à classifier les exercices lors de l'évaluation. Les exercices sont classés selon les compétences évaluées :

- Les exercices de type A sont des exercices qui évaluent la technique et les connaissances de base sur l'objet d'évaluation. Ce type d'exercices porte sur l'énonciation, l'identification et l'exécution.
- Les exercices de type B sont plus difficiles et portent sur la compréhension. Lors de ce type d'exercices, les élèves doivent savoir interpréter, déduire, associer, choisir et implémenter.

[3] https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Taxonomie_A._Bodin.pdf

- Les exercices de type C1 sont ceux où les élèves utilisent des outils et des procédures connus dans une situation nouvelle. Afin de résoudre de telles tâches, les élèves doivent savoir adapter, prolonger, conjecturer, généraliser, modéliser, évaluer et juger.
- Les exercices de type C2 portent sur les mêmes compétences que les exercices de type C1 sauf que le but des exercices pareils est la production de jugements relatifs à des productions externes.

Pour pouvoir classer les exercices selon leur niveau de compétences nécessaires à l'accomplissement de la tâche et selon leur complexité, je vais donc prendre comme référence cette taxonomie proposée par Deruaz (2014) et l'interpréter selon le niveau des compétences acquises dans les différents systèmes d'enseignement en tenant compte du fait que les programmes suisses romands permettent d'utiliser le temps des cours à la révision, à l'opposé des programmes ukrainiens.

Les exercices de la catégorie A sont basés sur les connaissances de la notion de la fonction en tant qu'une certaine dépendance entre les deux variables, la reconnaissance d'une fonction dans une situation facile et l'utilisation directe de la définition de la fonction soit une recherche de dépendances évidentes. Ils correspondent au niveau technique de mises en fonctionnement selon Vanderbrouk (2008). Les élèves doivent savoir identifier la fonction, exécuter des opérations faciles, effectuer les calculs simples. Dans le même contexte il s'agit de la reconnaissance de différents types de fonctions, etc.

Les exercices de la catégorie B sont basés sur la compréhension de la notion et l'utilisation de cette notion dans les situations simples, moyennement complexes ou complexes. Selon Vanderbrouk (2008), les exercices correspondent au niveau mobilisable. Les élèves doivent savoir interpréter les énoncés, déduire des informations manquantes, associer aux problèmes vus auparavant, implémenter les outils connus.

Les exercices de la catégorie C sont basés sur le transfert des connaissances du domaine des connaissances disponible dans la zone proximale de développement (Vygotski, 1985, p. 270). La zone proximale de développement est déterminée par « la disparité entre l'âge mental, ou le niveau de développement présent, qui est déterminé à l'aide des problèmes résolus de manière autonome, et le niveau qu'atteint l'enfant quand il résout des problèmes non plus tout seul mais en collaboration » (Vygotski, 1985, p. 270) soit avec de l'aide de l'autrui (le camarade de la classe, l'enseignant, le tuteur, etc.). Les situations abordées sont différentes des situations connues et étudiées auparavant, elles peuvent être simples, moyennement complexes ou complexes. Les élèves doivent savoir adapter leurs connaissances, les prolonger, conjecturer, généraliser. Ils doivent être capables de modéliser le problème, évaluer le résultat et le juger.

Le deuxième critère, porte sur les types de tâches présentées dans les manuels. Il s'agit de les catégoriser. Parmi elles, j'ai pu définir les types de tâches suivantes :

- Détermination de l'ensemble de départ, de l'ensemble d'arrivée, du domaine de définition, de l'ensemble de l'images.
- Recherche d'un antécédent, d'une image, d'un élément particulier (d'un élément de l'ensemble d'arrivée n'appartenant pas à l'ensemble image).
- Le lien entre les présentations de la fonction et le passage d'une présentation à l'autre.
- Les tâches qui portent essentiellement sur le registre graphique même si les autres registres sont présentés dans les énoncées du problème : représenter graphiquement une fonction, résoudre l'équation par la voie graphique, etc.
- Les tâches qui portent essentiellement sur l'expression fonctionnelle même si les autres registres sont présents dans les énoncées : le problème de la boite noire, le problème de la recherche de l'expression algébrique de la fonction, le recherche de paramètre, etc.
- Tâche de reconnaissance du type de fonction (affine, linéaire, constante, quadratique, homographique, etc.) : associer le graphique avec l'expression algébrique, classifier les fonctions selon leurs graphique/ leur expression algébrique, etc.
- Les tâches qui portent sur les propriétés de la fonction.
- Les tâches de passage d'une fonction à une autre par transformations géométriques. Les transformations géométriques concernées sont la translation, la symétrie, l'homothétie. La première variation de ce type porte sur l'identification de la transformation permettant le passage d'une fonction f, à sa transformée g. La deuxième variation consiste à établir la fonction g, transformée de la fonction f.
- Les tâches contenant les outils algébriques : elles contiennent les activités algébriques qui peuvent être effectuées sur ces expressions comme par exemple la factorisation, le développement, la réduction, la mise en ordonnées, la recherche de racines, la recherche du degré, la recherche par la voie algébrique des zéros de la fonction.
- Les tâches de modélisation.

Il est évident que la liste présentée ci-dessus n'est pas exhaustive. Les catégories choisies ont été vues lors de l'analyse des tâches selon le premier critère (voir l'annexe 9$^{\text{ème}}$ Harmos, l'annexe 10$^{\text{ème}}$ Harmos , l'annexe 11$^{\text{ème}}$ Harmos). Les autres types de tâches peuvent être cités comme par exemple : la détermination de la réciproque. Cependant, le concept de la fonction réciproque n’est pas introduit dans ce niveau d’enseignement et cela dans les deux systèmes scolaires.

Le troisième critère est la présence et la complexité des tâches de modélisation qui donnent leur sens au concept mathématique. Ce critère est nécessaire afin de démontrer l’utilité d’enseignement de la fonction comme un outil.

Le quatrième critère de comparaison concerne le concept particulier – la proportionnalité. Afin de pouvoir classer les exercices qui portent sur la proportionnalité, je vais me référer vers la classification de Vergnaud.

Selon Vergnaud, les problèmes de recherche d’un inconnu contenant la proportionnalité peuvent être suivants :

- Le problème de multiplication

Suite A	Suite B
1	a
b	?

- Problème de partition

Suite A	Suite B
1	?
b	c

- Problème de quotition

Suite A	Suite B
1	a
?	c

- Problème de proportionnalité simple

Suite A	Suite B
a	b
c	?

- Problème de proportionnalité composée

Suite A	Suite B	Suite C
a	B	

	C	d
e	?	?

- Problème de proportionnalité multiple :

Suite A / Suite B	a	d
b	c	
e		?

Cette classification décrit les exercices de MER contenant les tâches sur la proportionnalité. Cependant, cette classification n'est pas exhaustive. Il faudra aussi tenir compte des exercices contenant la pente, la masse volumique et la vitesse. Ce type d'exercices ne sont pas présents dans les manuels ukrainiens. Pourtant les manuels ukrainiens signalent le cas particulier des exercices de proportionnalité – le partage d'un segment selon le rapport. Les exercices de ce type ne sont pas présents dans les MER.

Les deux systèmes contiennent les problèmes qui portent sur les cas particuliers de la proportionnalité : le pourcentage et l'échelle.

La fonction en mathématique, du savoir scientifique au savoir enseigné, illustration d'une transposition didactique

a. La notion de fonction et ses propriétés

La notion de fonction est l'une des plus importante et répandue en mathématiques. Les théories basées sur l'analyse des fonctions sont ainsi étudiées en physique, astronomie, économie, architecture, etc. La plupart de ces disciplines académiques se concentrent sur l'analyse des fonctions de *n* variables et le cas particulier de 2 variables. La dernière est intéressante grâce à la possibilité d'être visualisée par les outils informatiques en 2D. Le lancement des théories de fonctions à plusieurs variables se développe sur la base de la théorie de la fonction d'une variable réelle.

L'histoire de cette notion commence dans l'Antiquité par les études des Babyloniens et des Grecs. Les premiers sont connus pour les tablettes qui correspondent aux calculs de valeurs numériques de variables réelles de fonctions quadratiques, cubiques, de racines carrées, de racines cubiques, etc. Les Grecs, notamment Pythagore et ses élèves, utilisaient inconsciemment la notion de la fonction en recherche de correspondances entre la hauteur du son et la longueur de ce même son toujours sous forme tabulée. Mais ces études n'étaient pas encore assez développées du point de vue mathématique et donc l'utilisation de ces notions n'était pas explicite. La fonction est toujours utilisée en tant qu'outil implicite pour la solution de problèmes particuliers. Il manque l'idée du caractère abstrait et général de cette notion. Ce n'est qu'au XIV^{e} siècle avec l'intérêt vers les phénomènes naturels comme la chaleur, la distance, la vitesse que l'idée de fonction va se généraliser, comme le changement de degré de densité en relation avec la quantité de matière, de temps, etc. Les mathématiciens Oresme, Bacon et Bradwardine proposent de mettre en évidence les liens entre les notions physiques mais de façon géométrique. Notamment, Oresme introduit une représentation graphique des fonctions. Plus précisément, pour lui la vitesse est représentée en relation avec le temps. Donc, la fonction commence à être utilisée couramment dans les recherches des scientifiques mais les études sur les propriétés des fonctions établies restent toujours essentiellement verbales. Donc, les recherches du XIVe siècle ont dirigé les mathématiciens vers l'idée générale de la fonction, de variation continue et de quantité variable dépendante. La nouvelle étape dans le développement de ce concept est marquée par les travaux de Descartes. Cet élan est devenu possible grâce à l'extension du concept de nombre et la création de l'algèbre symbolique par Viète. La notion de fonction, qui était alors uniquement associée auparavant à une courbe, va maintenant être liée à une formule comme le met en évidence la célèbre formule de Galilée en 1623 qui propose ses lois sur la chute des corps. Descartes à son tour applique les principes de l'Algèbre symbolique à la géométrie et parvient à formuler l'idée de dépendance entre deux variables et donc de donner naissance au registre algébrique de la fonction. La meilleure définition de la fonction appartient à Gregory, le mathématicien écossais, au XVII^{e} siècle. Une fonction est définie comme une quantité obtenue à partir d'autres quantités par une succession d'opérations algébriques ou par n'importe quelle opération imaginable. Néanmoins, le terme de la fonction était défini plus tard au XVII^{e} siècle par Leibniz qui étudie les fonctions de point de vue de la différentiation et de l'intégration. Dans son manuscrit de 1673, il introduit le mot fonction pour désigner une quantité variant en chaque point d'une courbe. Il y introduit également les termes « constant » et « variable ». En 1697, J. Bernoulli entend par fonction une quantité formée de quelque façon de variables et de constantes. La définition moderne de la fonction est proposée par le mathématicien suisse Euler dans son *« Introduction à l'analyse des infinis »* parue en 1748. Ce dernier propose ainsi la classification de fonctions connues et la première analyse comme l'étude des fonctions. L'approfondissement de la notion de fonction s'est poursuivi jusqu'au XIX^{e} siècle. Fourier, Cauchy, Dirichlet et

Riemann y ont contribué. C'est à ce moment que les mathématiciens ont décidé d'aller en profondeur sur cette notion et de restreindre les études de fonctions ayant des propriétés particulières : les fonctions continues, les fonctions différentiables et les fonctions intégrables.

En 1939 Bourbaki propose un autre point de vue sur la fonction. En se basant sur la théorie des ensembles, il définit la fonction comme l'ensemble de couples ordonnées. Ce changement de perspective permet d'élargir la classe des fonctions considérées en analyse standard et de lier les différentes branches mathématiques où le concept est couramment utilisé : l'analyse classique, l'analyse fonctionnel, la géométries et l'algèbre (la théorie de groupes, d'espaces vectorielles, etc.).

$f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \rightarrow f(x)$ unique valeur. D $soit$ $D(f)$ est le domaine de définition de f.

$V(f) = \{f(x) \mid x \in D$ est l'ensemble des valeurs de f.

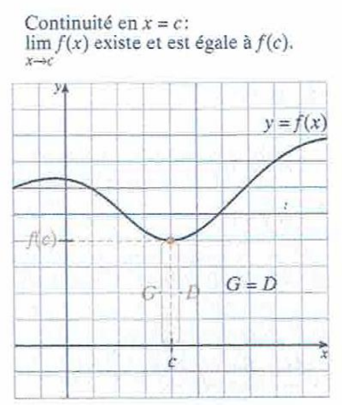
La connaissance d'une fonction réelle à une variable réelle est indissociable de celle de son graphe ou de sa représentation graphique. ***Le graphe d'une fonction*** f est composé des points dont les coordonnées (x, y) satisfont $y = f(x)$ pour tout x appartenant au domaine de f. Ils fournissent des renseignements qu'on a plus de mal à saisir à partir des descriptions verbales ou algébriques des fonctions. Il est courant d'utiliser un système de coordonnées cartésien dans lequel les unités de la variable indépendante x se retrouvent sur l'axe horizontal en abscisse et les unités de la variable dépendante y sur l'axe vertical en ordonnées.

Test de la droite verticale : Une courbe dans le plan est le graphe d'une fonction si et seulement si elle ne coupe aucune droite verticale plus d'une seule fois.

La construction des graphiques de fonctions élémentaires se base sur les connaissances des propriétés des fonctions telles que la monotonie, le caractère croissant /décroissant, les points d'intersection avec l'axe *x* et l'axe *y*, la présence des asymptotes, le comportement de la fonction quand $x \rightarrow \pm \infty$ grâce à la notion de lim, etc. Donc, pour construire un graphique de fonction il est nécessaire d'étudier la continuité de la fonction. Cette notion mathématique est plus compliquée car elle peut être introduite par deux outils différents mais qui ont le même sens du point de vue mathématique. La continuité de la fonction en un point peut être définie à l'aide de lim.

Définition 1 : Nous dirons que la fonction f admet L comme ***limite au point a*** (ou encore que $f(x)$ tend vers L lorsque x tend vers a) si pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $\delta > 0$ tel que $|\,f(x) - L| < \varepsilon$ lorsque $0 < |\,x - a| < \delta$. La notation est suivante : $\lim_{x \to a} f(x) = L$.

Définition 2 : On dit qu'une fonction f est ***continue au point a*** si $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$. Donc, les conditions de la continuité d'une fonction sont : f est définie en a, $\lim_{x \to a} f(x)$ existe, $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$.



Donc, dans les termes de définition 1, la continuité de la fonction pour être formulé de façon suivante :

Pour tout $\varepsilon > 0$ tel que $|\,x - a| < \delta \Rightarrow\ |\,f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

En reformulant la définition de façon plus compréhensible, on peut dire que la fonction est continue dans un point si autour de ce point la limite d'une suite numérique qui exprime l'expression algébrique de cette fonction ne diffère presque pas des valeurs exactes de cette fonction. Cette interprétation des fonctions continues est le fondement de construction des fonctions étudies dans le cadre de l'école secondaire.

De même façon on peut étendre la définition d'une fonction continue en un point sur un intervalle défini et donc définir une fonction continue sur un intervalle.

Définition 3 : On dit que f est ***continue sur l'intervalle ouvert*** (a, b) = $\{x\ |a < x < b\}$ si f est continue en chaque point $x \in (a, b)$.

Les définitions ci-dessus, imposent l'introduction des cas qui ne correspondent pas aux exigences des définitions et donc à développer la discontinuité de la fonction en un point. On peut distinguer 5 types de discontinuités selon les exigences qui ne sont pas accomplies :

1. ***Trou*** : a. $\lim_{x \to a} f(x)$ existe mais $f(a)$ n'est pas définie.

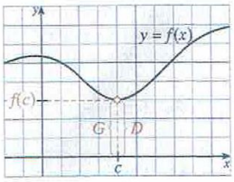
   b. $\lim_{x \to a} f(x)$ existe, $f(a)$ est définie mais $\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$.

2. ***Saut*** : $\lim_{x \to -a} f(x) \neq \lim_{x \to +a} f(x)$

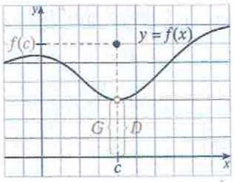
3. ***Limite infinie*** : a. $f(x)$ est définie en $x = c$ mais $\lim_{x \to -a} f(x) = +\ \infty$.

   b. $f(x)$ est définie en $x = c$ mais $\lim_{x \to -a} f(x) = +\ \infty$ et $\lim_{x \to +a} f(x) = +\ \infty$.

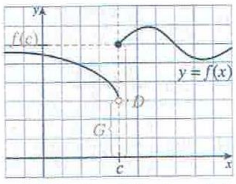
1.a.



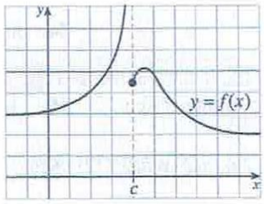
1.b.



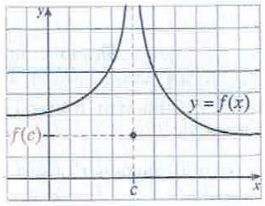
2.



3.a.



3.b.



En ceux qui concerne l'analyse de comportement de la fonction sur un intervalle, il est important de présenter les définitions suivantes :

On dit que f est ***majorée*** s'il existe un $M \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \leq M$ pour tout $x \in D(f)$.

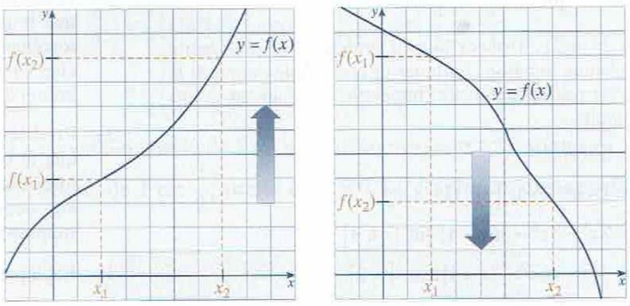
On dit que f est ***minorée*** s'il existe un $T \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \geq T$ pour tout $x \in D(f)$.

On dit que f est ***bornée*** si elle est à la fois minorée et majorée.

La fonction f est ***croissante*** sur un intervalle I si $f(x_1) \leq f(x_2)$ lorsque $x_1 < x_2$ pour $x_1, x_2 \in I$.

La fonction f est ***décroissante*** sur un intervalle I si $f(x_1) \geq f(x_2)$ lorsque $x_1 < x_2$ pour $x_1, x_2 \in I$.

Une fonction f est ***monotone*** sur un intervalle I si elle est soit croissante, soit décroissante sur la totalité de l'intervalle.



a. Fonction croissante   b. Fonction décroissante

Les premières définitions correctes de la continuité pour les fonctions d'une variable réelle apparaissent chez Bolzano et chez Cauchy. Plus tard, Weierstrass démontre qu'une fonction continue sur l'intervalle [a, b] est nécessairement bornée et atteint ses bornes.

L'analyse des fonctions exige l'application de la première dérivée et la pente de la tangente au graphe et de la seconde dérivée.

Au point $P\big(x_0, f(x_0)\big)$, la tangente au graphe de f a une pente donnée par la formule $m_{tan} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ à condition que cette limite existe. L'expression $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ donne la pente d'une sécante du graphe d'une fonction f est appelée ***taux de variation moyen de la fonction***.

La limite du taux de variation moyen $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ donne la pente de la tangente au graphe de f au point $(x, f(x))$ et est appelée ***taux de variation instantané ou dérivée*** de f.

Cette définition peut être traduit dans la langue de mathématique élémentaire, d'où on déduit la formule suivante :

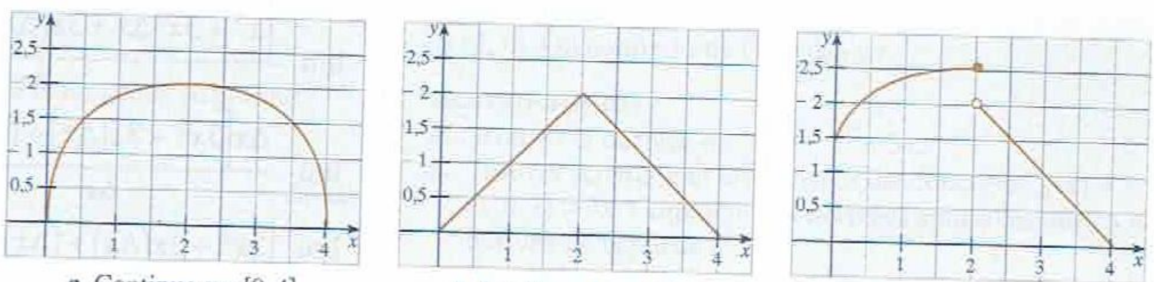
Pente = $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$, (x_0, y_0) est le point de tangence, (x_1, y_1) est un point de la droite distinct de point de tangence.

La dérivée est l'un de concept fondamental dans la théorie de calcul différentiel pourtant dans le cadre de l'analyse des fonctions, elle sert pour l'analyse de comportement d'une fonction sur l'intervalle.

Théorème (La dérivabilité implique la continuité) : Si une fonction f est dérivable en $x = c$, alors elle est également continue en $x = c$.

Théorème de la fonction monotone : Soit f, une fonction dérivable sur l'intervalle ouvert (a, b). Si $f'(x) > 0$ sur (a, b) , alors f est croissante sur (a, b). Si $f'(x) < 0$ sur (a, b) , alors f est décroissante sur (a, b)[4].

L'analyse de la fonction à l'aide de la première dérivée permet de trouver les valeurs extrêmes d'une fonction continue.



a. Continue sur [0, 4], dérivable sur]0, 4[

b. Continue en $x = 2$, mais non dérivable en $x = 2$

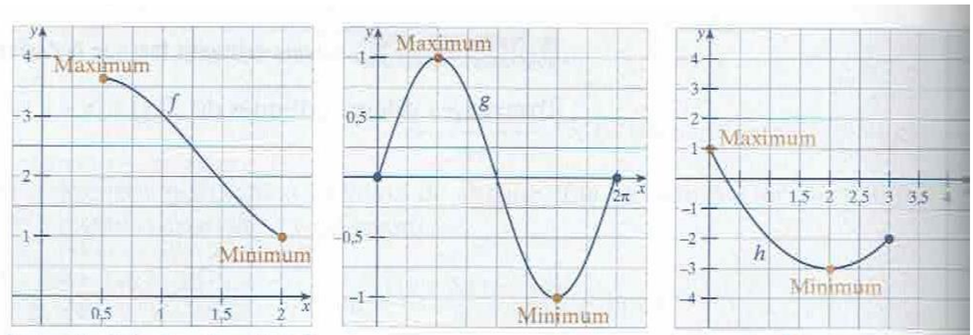
c. Discontinue en $x = 2$, donc non dérivable en $x = 2$

Soit f, une fonction définie sur un intervalle I qui contient le nombre c . On fit que $f(c)$ est ***le maximum absolu*** de f sur I si $f(c) \geq f(x)$ pour tout $x \in I$. On fit que $f(c)$ est ***le minimum absolu*** de f sur I si $f(c) \leq f(x)$ pour tout $x \in I$.

---

[4] La notification d'un intervalle ouvert utilisée dans ce chapitre est française. Elle est également reconnue dans le monde scientifique. Les écoles vaudoises utilisent une autre notification d'intervalle ouvert, notamment] a, b [.

Théorème des valeurs extrêmes : Une fonction f continue sur un intervalle fermé $[a,b]$ admet un maximum absolu et un minimum absolu à l'intérieur de cet intervalle.



$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$ sur $[0{,}5, 2]$
a. f est continue ; les deux extremums sont aux extrémités de l'intervalle.

$g(x) = \sin x$ sur $[0, 2\pi]$
b. g est continue ; aucun des deux extremums n'est situé à une extrémité de l'intervalle.

$h(x) = x^2 - 4x + 1$ sur $[0, 3]$
c. h est continue : l'un des deux extremums est situé à une extrémité de l'intervalle.

On dit que la fonction f admet un ***maximum relatif au point*** $(c, f(c))$ si $f(c) \geq f(x)$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert contenant c. On dit que f admet in ***minimum relatif au point*** $(d, f(d))$ si $f(d) \leq f(x)$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert contenant d. Les maximums relatifs et les minimums relatifs sont appelés extremums relatifs de f .

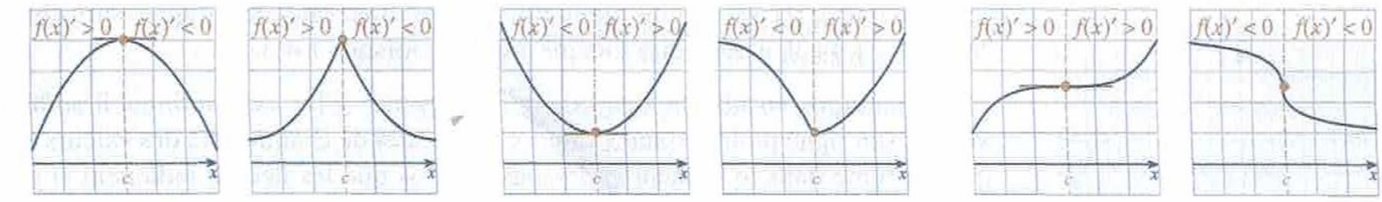
Supposons que f soit définie en c et que $f^{'}(c) = 0$ ou $f^{'}(c)$ n'existe pas. Le nombre c est ***appelé valeur critique*** de f et le point P $(c, f(c))$ sur le graphe de f est appelé point critique de f.

Théorème des valeurs critiques : Si une fonction continue f admet un extremum relatif en point $(c, f(c))$, alors c doit être une valeur critique de f. En d'autres termes : si un point est un maximum relatif ou un minimum relatif pour une fonction, soit la dérivée en ce point est nulle soit elle n'existe pas.

Le test de la dérivée première pour identifier les extremums relatifs d'une fonction f : Le point $(c, f(c))$ est un ***maximum relatif*** si $f^{'}(x) > 0$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert (a, c) à gauche de c et $f^{'}(x) < 0$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert (c, b) à droite de c.

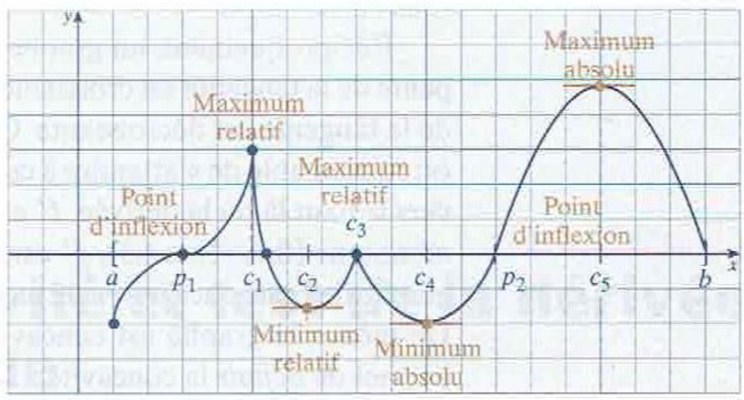
Le point $(c, f(c))$ est un ***minimum relatif*** si $f^{'}(x) < 0$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert (a, c) à gauche de c et $f^{'}(x) > 0$ pour tout x appartenant à un intervalle ouvert (c, b) à droite de c.

Le point $(c, f(c))$ ***n'est pas un extremum relatif*** si la dérivée $f^{'}(x)$ a le même signe dans les intervalles ouverts (a, c) et (c, b) des deux côtés de c.



a. Un maximum relatif b. Un minimum relatif c. Pas d'extremum relatif

Le fait de savoir qu'une fonction est croissante ou décroissante sur un intervalle donné ne donne qu'une idée partielle de la forme de son graphe. L'analyse de la fonction poursuit par le test de la dérivée seconde.



Le graphe d'une fonction f est ***concave vers le haut*** sur tout intervalle ouvert I où $f''(x) > 0$, et il est ***concave vers le bas*** sur tout intervalle ouvert I où $f''(x) < 0$.

Soit le graphe d'une fonction f ayant une tangente au point P $(c, f(c))$. Si la concavité du graphe change au point P, alors le point P est appelé ***le point d'inflexion du graphe***.

Lors de la transposition didactique, on va s'intéresser plutôt à des fonctions polynomiales.

Une ***fonction polynomiale*** est une fonction de la forme $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ où n est un entier non négatif et $a_n, \ldots, a_2, a_1, a_0$ des constantes. Si $a_n \neq 0$, l'entier n est appelé ***degré du polynôme***. La constante a_n est appelé ***coefficient dominant*** et la constant a_0 est appelé ***terme constant*** de la fonction polynomiale.

La théorie présentée ci-dessus n'est pas exhaustive. Elle présente les points-clés de l'analyse de fonction dans le sens de la transposition didactique de la notion de la fonction et ses propriétés.

b. La fonction dans les plans d'études du secondaire I dans le canton de Vaud

Selon les commentaires généraux du Plan d'études romand (ci-après PER), l'enseignement des mathématiques doit être présenté en cohérence avec les finalités et les objectifs de l'école publique. L'ensemble de ses concepts, de notions et d'outils, dont la fonction fait partie, servent à développer et mobiliser des méthodes de pensée, à comprendre le monde réel et à s'adapter aux changements de ce dernier. La société moderne, marquée par le progrès technologique et scientifique, exige la formation de la « pensée conceptuelle, cohérente, logique et structurée » et de la capacité d'agir grâce à la prise de conscience des facteurs et des conséquences de leurs actions chez la jeune population. Afin de pouvoir atteindre les buts posés, les mathématiques et les sciences de la nature doivent travailler sur la résolution de problèmes et le développement de la posture scientifique. De plus, le PER donne trois visées prioritaires pour les élèves :

> 1. Acquérir un certain nombre de notions, de concepts et de modèles scientifiques développés progressivement par l'humanité et pouvoir réaliser la manière dont les savoirs se sont construits.
>
> 2. Identifier des questions, développer progressivement la capacité de problématiser des situations, mobiliser des outils et des démarches, tirer des conclusions fondées sur des faits, notamment en vue de comprendre le monde naturel et de prendre des décisions à son propos, ainsi que de comprendre les changements qui sont apportés par l'activité humaine.
>
> 3. Se montrer capable d'évaluer des faits, de faire la distinction entre théories et observations, et estimer le degré de confiance que l'on peut avoir dans les explications proposées (PER, p. 7).

Le PER indique la structure globale du domaine et souligne le caractère obligatoire de cette discipline. L'enseignement des mathématiques se base autour des cinq axes (Espace, Nombre, Opérations, Grandeurs et mesures, Modélisation). Les deux dernières sont communes pour les mathématiques et les sciences de la nature.

L'enseignement des mathématiques au cycle 3, est partagé en 3 niveaux selon les difficultés et la complexité des tâches et des concepts enseignés. L'enseignement du concept de fonction est obligatoire pour les trois niveaux, pourtant le temps et la complexité des tâches, selon le découpage officiel, sont différents d'un niveau à l'autre.

Le concept de la fonction apparait dans le PER en lien avec l'objectif MSN 33 « Résoudre des problèmes numériques et algébriques » et MSN 35 « Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques ». Le premier peut être atteint :

1. En reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en les traduisant en écriture numérique ou littérale.
2. En observant comment les hommes ont résolu historiquement les problèmes de ce type.

3. En utilisant des opérations (+, -, ÷, ×, puissance, racine carrée et cubique).
4. En choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée.
5. En mobilisant l'algèbre comme l'outil de calcul, de preuve ou de généralisation.
6. En construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels.
7. En estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu.
8. En modélisant une situation de proportionnalité.
9. En explorant des propriétés de quelques fonctions. » (PER, maths, pp. 24- 31).

L'objectif MSN 33 comporte plusieurs concepts mathématiques. Parmi eux, on y trouve les foncions, les diagrammes, le calcul littéral (les expressions algébriques) et les équations. On peut ajouter que le PER Suisse et les plans d'études en Ukraine ont les mêmes concepts en lien avec le concept de la fonction. Le PER souligne l'importance de 9 procédures indiquées ci-dessus et propose les éléments pour la résolution de problèmes. Même si le plan d'études prévoit la progression des apprentissages en 3 ans, certains sujets se répètent d'une année à l'autre. Par exemple, en ce qui concerne la résolution de problèmes de proportionnalité, les élèves voient les problèmes de quantité/qualité et d'agrandissement et de réduction en $9^{ème}$, $10^{ème}$ et $11^{ème}$ année. Pourtant le PER prévoit l'ajout de problèmes contenant l'échelle, le pourcentage et la pente en $10^{ème}$ et les problèmes de vitesse moyenne, de masse volumétrique et de débit en $11^{ème}$. Cette remarque ne tient pas encore compte de l'existence des 3 niveaux en mathématiques (niveau VG 1, niveau VG 2 et niveau VP) qui n'influence pas le nombre d'heures de mathématiques durant la semaine mais est prise en compte pour le découpage du programme général par semaines. Le matériel enseigné n'est pas identique pour les trois niveaux. Les différences relevées seront étudiées ultérieurement. La même tendance existe pour l'enseignement du passage d'une représentation à une autre : le passage de l'opérateur au tableau de valeurs et inversement, du tableau de valeurs à la représentation graphique et inversement sont étudiés en $9^{ème}$, $10^{ème}$ et $11^{ème}$ année. Le PER propose l'enseignement du passage entre l'expression fonctionnelle au tableau de valeurs et à la représentation graphique pour la fonction constante, la fonction linéaire, la fonction affine et la fonction quadratique $x \to ax^2$ dans $\mathbb{Z}$ en $10^{ème}$ pour le niveau VG 2 et pour le niveau VP et en $11^{ème}$ pour le niveau VG1. Les mêmes fonctions seront étudiées dans $\mathbb{Q}$ en $11^{ème}$ pour les deux niveaux les plus élevés, donc VG 2 et VP ainsi que la fonction homographique, la fonction cubique et la fonction quadratique générale dans le $\mathbb{Q}$ en $11^{ème}$ VP.

Le PER indique également les attentes fondamentales des élèves à la fin du cycle :

> 1. Résoudre des problèmes relatifs aux fonctions, en faisant appel à une ou plusieurs des composantes suivantes (distinction des grandeurs en jeu, choix et mise en relation des données nécessaires à la résolution, reconnaissance de la fonction sans formalisation, reconnaissance et expression de la fonction, utilisation et représentation et d'outils de calculs appropriés, estimation et vérification de la pertinence du résultat, communication de la démarche et du résultat, en utilisant une représentation et un vocabulaire adéquats).
>
> 2. Résoudre des problèmes de proportionnalité concernant les situations suivantes : quantité/quantité, agrandissement et réduction de figures, échelle, pourcentage, pente, vitesse moyenne.
>
> 3. Interpréter correctement les données contenues dans un tableau de valeurs ou une représentation graphique.
>
> 4. Réaliser une représentation graphique à partir d'un tableau de valeurs, d'une expression fonctionnelle dans $\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{Q}$.
>
> 5. Déterminer une expression fonctionnelle à partir d'un tableau de valeurs dans le cas de la fonction constante, de la fonction linéaire, de la fonction affine et de la fonction quadratique particulière $x \rightarrow ax^2$ dans $\mathbb{Z}$.
>
> 6. Déterminer une expression fonctionnelle à partir d'une représentation graphique dans le cas des fonctions constantes, linéaires et affines dans $\mathbb{Z}$. » (PER, maths, p. 25).

Passons maintenant au découpage selon le niveau en mathématiques. Le chapitre FONCTIONS ET DIAGRAMMES est présent pour les élèves de 9ème de trois niveaux. Ceux-ci ont les mêmes objectifs mais le temps proposé est différent : 5 semaines pour les élèves de niveau VG 1 et 4 semaines pour les élèves de niveaux VG 2 et VP. En ce qui concerne les 10ème, le chapitre est partagé en deux parties pour les élèves de 10 VG 1 et 10 VG 2. La première partie traite la proportionnalité et les diagrammes. Ici, les temps sont différents : 4 semaines pour le niveau VG 1 et 3 semaines pour le niveau VG2. La deuxième partie traite plutôt les questions de modélisation, de lecture et de construction de graphiques, de lecture et de construction de tableaux de valeurs d'une fonction, de passage d'une présentation à une autre. Le temps dédié à ce sujet pour le niveau 1 est 3 semaines. Les élèves de niveau 2 apprennent aussi à manipuler avec les expressions fonctionnelles d'une fonction constante, d'une fonction linéaire et d'une fonction affine durant les 2 semaines. Les élèves de niveau VP ne voient ce chapitre intégral qu'une seule fois pendant les 4 semaines. Le temps d'enseignement de ce chapitre en 11ème diminue progressivement : 6 semaines pour le niveau VG 1, 5 semaines pour le niveau VG 2 et 4 semaines pour le niveau VP en parallèle avec l'augmentation de la quantité du matériel à enseigner. Notamment, les élèves de niveau VG 1, effectuent le passage d'une représentation à l'autre (l'expression fonctionnelle inclue) et la construction des graphiques pour la fonction constante, la fonction linéaire, la fonction affine et la fonction quadratique $x \rightarrow ax^2$ dans $\mathbb{Z}$. Les élèves de niveau VG 2 font connaissances avec la fonction homographique et la fonction cubique toujours dans $\mathbb{Z}$. Les élèves de niveau VP vont encore plus loin : ils apprennent les fonctions quadratiques dans sa forme générale $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ et la fonction de la racine carrée dont les coefficients appartiennent à $\mathbb{Q}$.

Le PER indique le lien de cet objectif avec les objectifs en sciences de la nature (MSN 36 « Phénomènes naturels et techniques », MSN 37 « Corps humain » et MSN 38 « Diversité du vivant »), en sciences humaines et sociales (SHS 31 « relation Homme-espace » et SHS 32 « Relation Homme-temps »), en éducation nutritionnelles (CM 36 « Equilibre alimentaire »), en interdépendances (sociales, économiques et environnementales , FG 37 « Complexité et interdépendance ») et en MITIC (FG 31 « MITIC »). Le PER ainsi que les plans d'études ukrainiens soulignent que l'enseignement des mathématiques contribuent au développement des capacités transversales, à la formation générale et au processus de scolarisation. Parmi les premières, je pourrais citer <u>la collaboration</u> en engageant les élèves dans une recherche, <u>la communication</u> grâce aux débats et aux explorations des sources, des informations, des données et des résultats, <u>les stratégies d'apprentissage</u> par la construction des raisonnements qui se basent sur les essais et les erreurs, <u>la pensée créatrice</u> en amenant l'élève à imaginer des modèles, des explications, des procédés, des expérimentations, des moyens et des outils de mesure et en acceptant les risques et l'inconnu, la démarche réflexive pour choisir des méthodes adéquates, vérifier les hypothèses, développer le regard critique et analyser l'adéquation des modèles choisis. En ce qui concerne la contribution des mathématiques à la langue de scolarisation, il s'agit des échanges qui sollicitent la solution de problèmes, des capacités d'analyse et de raisonnement en s'appuyant sur les notions et termes spécifiques ou propres à la discipline, de recherche d'informations et la rédaction de textes divers sans oublier l'engagement des professeurs des mathématiques d'inciter les élèves à un usage convenable de l'orthographe et de la syntaxe dans les textes produits.

Le PER souligne la particularité des mathématiques par rapport à la science de la nature qui sont présentées en fort lien dans les commentaires généraux. Les mathématiques se focalisent sur le traitement du problème. Le dernier s'effectue après la modélisation, qui se base à son tour sur le contexte et s'organise suite aux essais et erreurs, les ajustements, la généralisation et la formulation. L'étape importante dans ce schéma est la démonstration mathématique par rapport à la modélisation des phénomènes dans les sciences de la nature. La nature abstraite de la discipline est soulignée dans le PER par les visées prioritaires pour les enseignants : donner du sens aux notions, définir leur cadre d'application, construire des connaissances opératoires. Ce fait prouve que la résolution de problèmes est au centre des objectifs d'apprentissages concernant les mathématiques.

Le plan rend les enseignants attentifs aux problèmes éventuels liés à l'enseignement de ce concept. Notamment, le plan indique le souci de la cohérence des unités dans les problèmes d'échelle (les distances sur les cartes sont mesurées dans la plupart des cas en centimètres tandis que les distances réelles sont mesurées soit en mètres, soit en kilomètres), le problème de conversion de temps et de vitesse (la base de mesure soit se référer autour de 60 minutes soit 3600 secondes en 1 heure, ce qui n'est pas habituel aux élèves qui ont l'habitude d'effectuer leurs calculs avec une base de 10), le problème de la détermination des coordonnées exactes des points d'intersection de deux graphes. Cette tâche est en lien avec la résolution d'équations, le choix des grandeurs et des échelles lors de la représentation graphique d'une situation dont les deux variables sont en lien de dépendance fonctionnelle, la modélisation d'une situation à l'aide du langage mathématique, au moyen d'une fonction (identification des grandeurs en jeu, choix d'une grandeur comme une variable, déterminer la variable dépendante et son expression algébrique).

Il est intéressant de constater que le plan indique l'intérêt de soulever la question de la continuité de la fonction même si les Moyens d'Enseignement Romands (ci-après MER) ne posent dans aucun exercice les questions de façon directe, la détermination de l'ensemble de départ (soit le domaine de la définition de la fonction) est importante.

Notamment,

> La représentation graphique d'une fonction devrait servir aussi à susciter un certain nombre de questions : comment la courbe se comporte-t-elle entre les points utilisés pour sa construction ? Doit-on représenter la fonction par une ligne continue ou non ? Que se passe-t-il au-delà des valeurs qu'on peut lire sur la représentation ? Ces questions reviennent entre autres à se demander si l'on a affaire à des variables discrètes ou continues et quel est le domaine de définition de la fonction. (PER, maths, p.25)

Néanmoins, cette partie du PER n'est pas indiquée comme obligatoire à suivre pour les enseignants en mathématiques. Donc, je pourrais en déduire que cette démarche réflexive n'est pas suscitée dans tous les établissements du canton de Vaud. Elle dépend plutôt du niveau des élèves, de l'expérience professionnelle de l'enseignant ainsi que de sa formation. Ce point est différent par rapport au plan d'études en Ukraine qui ne contient ni les commentaires sur les potentielles difficultés des élèves, ni les pistes de réflexions possibles pour les élèves. Le plan Ukrainien contient les exercices de détermination du domaine de définition de la fonction (surtout quand il s'agit des fonctions contenant les variables en dénominateur et la racine carrée).

Malgré plusieurs points communs, les deux plans diffèrent à propos de l'enseignement de la proportionnalité. Dans les plans ukrainiens, la proportionnalité est enseignée à l'école primaire sans retour obligatoire à ce concept les années suivantes. Cependant, ce concept revient dans le découpage des 9ème, 10ème et 11ème année pour les élèves de tous niveaux. Cette présence insistante de la proportionnalité dans les plans peut déformer et fausser la vision de la fonction parmi les élèves en difficulté. Selon Freudenthal (1983), cité par Crahay *et al*. (2008, p. 272) : « la linéarité ou la proportionnalité directe est une propriété tellement évidente que l'on est facilement tenté de traiter n'importe quelle relation entre des grandeurs comme si elle était linéaire » (p. 272). Dans ce cas, on parle parfois de « l'illusion de la linéarité » (p. 272). Les expériences de Leinhardt, Zaslavsky et Stein, cités par les mêmes auteurs (Crahay *& al*.p. 272) indiquent que les élèves d'âges différents, à qui l'on demande de dessiner le lien entre deux variables d'une situation donnée, comme la taille d'un homme et son âge, ont une grande tendance à dessiner une droite correspondante au cas de proportionnalité passant par l'origine même quand le lien en question n'est pas clairement linéaire et quand le graphe ne passe pas par le point d'origine. Selon le même collectif d'auteurs, « la tendance à raisonner de façon proportionnelle s'avère être extrêmement forte dans le groupe de 12-13 ans (seulement 2 à 7 % de réponses correctes aux questions non proportionnelles), mais les 15-16 ans, eux aussi, en sont fortement imprégnés (seulement 17 à 22 % de réponses correctes aux réponses non proportionnelles) » (p. 274). Afin de diminuer le risque d'apparition de cette illusion des liens proportionnels entre les différentes variables, les MER proposent aux élèves de réfléchir sur la nature des liens entre les valeurs. Par exemple, le lien entre l'âge d'une personne et sa masse (MER mathématiques, 9ème année, ex FA 17, c.). Malgré le nombre important d'exercices qui incitent les élèves à réfléchir sur la nature des liens entre les variables (présentés dans MER), certains élèves risquent d'avoir les visions erronées sur la nature des liens entre les variables, notamment celles qui ne sont pas liées par les cas de proportionnalité.

c. La fonction dans les plans d'études du secondaire I en Ukraine

Le plan de mathématiques du secondaire I est constitué de deux parties : l'algèbre et la géométrie car à partir de la 9ème Harmos ces deux disciplines scolaires apparaissent dans l'horaire des élèves et remplacent la discipline scolaire « Mathématiques ». Ce partage est fait dans le but d'offrir une éducation mathématique solide et plus généralement de développer un esprit scientifique à toute la population ukrainienne. Le programme, présenté également dans la partie qui traite du système éducatif en Ukraine, s'adresse à tous les élèves et ne favorise pas les élèves scientifiques dont leur programme d'enseignement des mathématiques et de la physique est encore plus approfondi.

Il est vrai que les objectifs demandés aux enseignants de mathématiques sont à la fois ambitieux et difficiles à être mis en œuvre. Cependant le programmes propose plusieurs conseils afin d'atteindre ces objectifs :

- Insister sur l'activité de modélisation. Cela permet aux élèves de mieux comprendre l'utilité de concepts enseignés ainsi que mener l'activité de résolution de problèmes.
- Renforcer l'enseignement des méthodes dans le sens de savoir-faire par opposition de savoir. Par exemple, il est important que les élèves sachent la définition de graphique de fonction. Pourtant la définition telle qu'elle ne suffit pas pour la plupart des élèves pour construire un graphique concret. Donc, l'enseignant doit insister sur l'acquisition de la démarche de construction de la fonction (tracer les axes, choisir la graduation, calculer les coordonnées de points en substituant la variable x par un nombre concret, présenter les points trouvés dans le plan, relier les points entre elles, etc.)
- Garder le cadre conceptuel et technique afin de solidifier les connaissances pratiques par un vocabulaire correct et des méthodes suffisamment efficaces pour le spectre de problèmes étudiées. Les élèves doivent recevoir la base nécessaire pour la compréhension du langage spécifique des mathématiques : savoir décoder et donner les formules, savoir interpréter les liens entre les objets mathématiques, savoir traduire les modèles simples en langage mathématiques, donner leurs propriétés et savoir répondre aux questions en se basant sur les raisonnements mathématiques, savoir prouver ou réfuter certaines affirmations.
- Développer progressivement les capacités de raisonnement, d'expérimentation, d'imagination, d'abstraction, d'imagination et d'analyse critique. A la fin du cursus, les élèves doivent être capables de trouver les solutions de problèmes même dans les

conditions de données pas suffisantes soit au contraire des données abondantes, des données exactes et des données hypothétiques.

- Promouvoir la vision utilitaire des mathématiques comme une partie de la vie en insistant sur les liens entre les mathématiques et les autres disciplines. Cela est possible grâce aux problèmes de modélisation qui sont souvent en lien avec la physique, l'économie, l'informatiques, etc. « La mathématique » est un langage universel dont la majorité des notations est commune dans tous les coins de la planète. C'est aussi un élément indispensable dans le développement de la science et de la technique. Le plan souligne l'importance des interliens entre les mathématiques et les thématiques suivantes :
    - ✓ La sécurité écologique et le développement constant : les interliens sont présentés sous les études des données réelles de la statistique de l'usure des ressources naturelles, leur conservation et leur reconstitution. L'analyse des données favorise la sensibilisation des élèves au respect de la nature et à l'environnement, la formation de regard critique en général et en particulier sur les perspectives de développement de l'environnement et de l'humanité. Ce lien se reflètent dans les calculs de pourcentage, les études de fonction et des diagrammes, les éléments de la statistique.
    - ✓ La responsabilité civile a pour le but la formation de dignes membres de la société qui comprennent les principes et les mécanismes de fonctionnement de la société. Cette direction est réalisée sous la forme de travaux collectifs, de travaux en groupes, de travaux de recherches, etc. Cette démarche insiste sur la collaboration et la tolérance envers les pensées distinctes lors du travail en équipe. Dans ce sens, la posture de l'enseignant est très importante car elle est vue comme un exemple de justice, de tolérance vis-à-vis des élèves ayant les différents niveaux de résultats dans l'apprentissage, de l'honnêteté, du travail systématique. Les élèves appliquent les connaissances sur les calculs de pourcentage ainsi que les bases de la statistique afin de comprendre la valeur des indicateurs quantitatifs quand il s'agit de caractériser la société selon le critère donné.
    - ✓ La santé et la sécurité doivent apprendre aux élèves à mener un mode de vie sain et organiser autour de lui un espace vital également sain et sauf. Cette tâche se réalise à travers les problèmes utilisant des données réelles sur la santé et la sécurité comme par exemple les problèmes de la circulation, de tabagisme, etc.

Plus précisément, il s'agit de calculer le pourcentage et étudier les graphiques des causes des accidents, s'entrainer à utiliser la formule qui relie la distance parcourue, la vitesse et le temps.

- ✓ L'entreprenariat et « l'alphabétisation financière » aide les élèves à mieux comprendre les aspects financiers de la vie quotidienne comme par exemple les économies, l'investissement, les crédits et les assurances. Cette connexion des mathématiques à la vie quotidienne devient de plus en plus importante aujourd'hui compte tenant de développement rapide de notre société. Cette thématique se réalise à travers la solution de nombreux problèmes pratiques comme la planification du chiffre d'affaires et du potentiel de l'entreprise, la planification du budget familial à l'aide de calculs de pourcentage, les études des fonctions et des équations.

- Insister sur le pluralisme de registres, de cadres et d'outils en mathématiques. En ce qui concerne les outils, il s'agit d'intégration de nouveaux outils numériques comme la calculatrice et les logiciels comme par exemple EXEL, Algebrus, GrafEq, etc. L'intégration des derniers permettent non seulement d'effectuer des calculs mais aussi de contrôler les résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser l'insertion à l'informatique et à la programmation enseignées lors du cursus obligatoire et post-obligatoire.
- Développer les compétences à travailler avec le manuel, travailler avec les textes mathématiques, chercher et utiliser les informations supplémentaires, avoir le regard critique vers les informations trouvées et les sources, décortiquer les points importants, analyser le contenu et faire les conclusions, appliquer les informations retenues dans la vie quotidienne.

Afin de pouvoir atteindre les buts, les enseignants sont invités à changer de types de cours selon le but poursuivi :

- o Les cours d'introduction des nouvelles connaissances ont pour but la première rencontre des élèves avec le/les nouveau(x) concept(s) théoriques et l'utilisation primaire du matériel. Ils peuvent avoir la forme classique du cours entièrement donné par l'enseignant avec les mini-interventions de la part des élèves (au cathedra), la forme de la conférence, la présentation, excursion, l'entretien, etc.

- Les cours d'entrainement et de régulation sont destinés à l'entrainement des techniques et méthodes rencontrées lors des cours d'introduction. Ils prennent la forme de travaux pratiques, de discussions, d'ateliers, de séminaires, de quiz, de jeux éducatifs, etc.
- Les cours de récapitulation servent à mettre en place des connaissances acquises, répondre aux questions des élèves sur les affinités de concepts, mettre le nouveau concept en lien avec le matériel acquis auparavant. Ils peuvent être menés sous la forme de séminaire, de discussion, de débat, d'expérimentations, d'exposés, etc.
- Les cours d'évaluation servent à évaluer et contrôler l'acquisition du matériel enseigné. Ils prennent la forme de tests, de travaux écrits notés, d'épreuves, d'interrogatoires écrits ou oraux, d'examen oraux ou écrits.

Le plan sollicite de combiner les cours afin de garder l'attention des élèves et de rendre les cours vifs et intéressants aux élèves. La combinaison efficace permet aux élèves d'avoir une base théorique nécessaire aux solutions de problèmes, de s'entrainer aux solutions elles-mêmes et enfin évaluer le travail effectué lors de cours. La bonne combinaison des activités théoriques, d'entrainement et de récapitulation en pratique corrèle avec la motivation élevée de participer activement aux cours, s'engager aux activités proposées par l'enseignant et de mieux comprendre les exigences lors de l'évaluation.

Le programme se réfère à plusieurs endroits à la séquence des fonctions. Cette séquence est mise en évidence lors de l'enseignement de l'algèbre et aussi lors de l'apprentissage transversal. Alors, il n'est pas anodin que le plan mathématique décrit assez précisément les aspects d'enseignement de cette séquence.

Les fonctions sont enseignées dans le cadre de l'algèbre bien que la majorité des tâches soient orientées vers la représentation graphique de la fonction, son lien avec les autres présentations et la solution du problème à l'aide de graphiques. Ce concept est introduit essentiellement dans l'enseignement secondaire I à partir de la 9ème Harmos. Cependant, il ne faudrait pas penser que le concept de fonction soit complètement inconnu avant cette classe. Notamment, le concept de la proportionnalité est étudié en 8ème Harmos. [5] Les élèves de 7ème et 8ème Harmos préparent le fondement théorique et pratique pour l'enseignement systématique de l'algèbre à partir de la

[5] Il faut dire que dans la langue russe et ukrainienne, que la traduction de certains termes ne correspond pas aux analogues français. Par exemple, la fonction linéaire porte le nom « la fonction de la proportionnalité directe » selon la traduction mot-à mot. Cela rend évident le lien entre la proportionnalité et la fonction linéaire. La fonction affine, traduite mot-à-mot, porte le nom de la « fonction linéaire ». La fonction homographique, traduite mot-à-mot, est nommée « la fonction de la proportionnalité inverse ». La fonction constante est la seule fonction constante, la fonction quadratique et la fonction de la racine carrée ne changent pas leurs noms.

9ème Harmos. Les élèves font connaissances avec les concepts basiques tels que par exemple l'équation et inéquation, le ratio et la proportionnalité, le plan et le point dans le plan ainsi qu'ils approfondissent leurs connaissances dans les nombres et le calcul littéral. Lors de 7ème et 8ème Harmos, les élèves doivent se familiariser avec l'utilisation des lettres lors de présentations des lois des opérations algébriques et les formules, avec les calculs simples contenant les lettres et ensuite le calcul numérique pour les expressions littérales. Les connaissances indiquées sont utilisées lors de l'enseignement de la proportionnalité (notamment, l'introduction de la proportionnalité comme l'égalité entre les deux ratios, les méthodes de recherche d'inconnu à l'aide de la règle de 3, le recherche de facteur de proportionnalité pour les tableaux de valeurs, etc.). Les élèves abordent aussi la notion du plan : le système cartésien des axes, la graduation des axes, les coordonnées d'un point dans le plan, la construction et l'analyse de certains graphiques qui correspondent aux dépendances fonctionnelles entre les variables. La dernière compétence est acquise plutôt comme une marche à suivre selon lequel les élèves mettent les points dont ils connaissent les coordonnées dans le système d'axes, ensuite ils relient les points par les lignes droites et déduisent que le graphique de la dépendance entre les variables dans le cas de la proportionnalité correspond à la ligne droite. Cela signifie qu'une approche plus générale et théorique du concept de la fonction s'amorce en 9ème Harmos quand les élèves ont atteint le niveau cognitif suffisant pour mettre ensemble plusieurs chapitres de mathématiques étudiés auparavant.

Le plan d'algèbre proclame l'importance du concept de la fonction en tant qu'outil de modélisation mathématique des processus et des phénomènes de la vie quotidienne et de la solution de problèmes appliqués. Dans ce sens, ce concept est fortement lié aux équations et aux inéquations. Les deux dernières peuvent être résolues par la voie graphique. Notamment, les élèves en 9ème Harmos font connaissance avec la fonction affine et ses cas particuliers (le cas de la fonction constante et la fonction linéaire) ainsi que ses graphiques. Ses connaissances sont utilisées lors de l'enseignement de la séquence sur la méthode graphique de la solution des équations à une inconnue ainsi que lors de la séquence sur la méthode graphique de la solution de système de deux équations à 2 inconnues. Insister sur ces interrelations peut également aider l'élève à passer de la conception des équations en termes de quantités connues et de quantité inconnues à leur conception en termes de variables dépendantes et indépendantes soit de passer du cadre algébrique installé déjà dans ce niveau scolaire (grâce à l'enseignement du calcul littéral au 7ème et 8ème Harmos) au cadre fonctionnel nouveau pour ce niveau. Le fait de marquer les interrelations entre les fonctions et les équations peut avoir des effets positifs sur l'acquisition de ces deux notions surtout pour les élèves de 10ème Harmos et les fonctions voire les équations contenant les racines carrées.

Donc, les élèves apprennent le concept de la fonction dans le contexte des situations fonctionnelles. Les dernières sont des problèmes donnés dans le cadre non fonctionnel, que la fonction permet de modéliser puis de résoudre. Ces problèmes prennent de l'importance dans la pédagogie moderne qui estime nécessaire de baser l'enseignement sur la résolution de problèmes afin de donner du sens aux concepts enseignés. Il est évident que les problèmes pareils exigent la maitrise de plusieurs cadres et registres : les élèves passent du cadre non fonctionnel au cadre fonctionnel permettant de trouver la voie de solution et ensuite retourner vers le cadre de départ. La modélisation se base sur l'acquisition de la notion de variable et donc ouvre aux élèves la porte au mode de pensée fonctionnel.

Cet exemple d'interliens entre la séquence qui traite les fonctions et les autres chapitres du programme n'est pas unique. Notamment, les élèves en 10ème année apprennent les fonctions lors de l'enseignement de la séquence « Les expressions rationnelles » et de la séquence « Les racines carrées ». Les élèves construisent leurs connaissances sur ces deux types de fonctions en se basant sur les connaissances théoriques sur les nombres rationnels, les racines carrés et leurs propriétés algébriques.

Les interliens en 11ème année sont encore plus complexes compte tenu de multiples démarches des études sur les fonctions quadratiques. D'une part, les élèves apprennent les fonctions algébriques en lien avec le calcul littéral : la mise en évidence de termes semblables, les identités remarquables, la distributivité, etc. Cette démarche permet aux élèves de déduire la formule de sommet de la parabole. Ce lien est étendu aux équations de 2ème degré à 1 inconnue. Dans ce sens, les élèves apprennent la notion de $\Delta=b^2-4ac$ qui leur permet de déterminer le nombre de solutions, le placement de la parabole dans le plan ainsi que les zéros du graphique. Ces informations ensemble avec les informations sur l'axe de symétrie et les propriétés de la parabole permettent aux élèves de construire la parabole de n'importe quel trinôme. D'autre part, la deuxième démarche qui nécessite les compétences de calcul littéral, utilise les méthodes de construction de la parabole dont son expression fonctionnelle est réduite à la forme $y = a(x+m)^2+n$. Les élèves apprennent à construire les graphiques à l'aide de transformations géométriques (la translation, la symétrie axiale, l'extension, un axe ou un centre de symétrie, etc.) en se basant sur le graphique modèle $y=x^2$. La deuxième démarche est importante car c'est la seule séquence qui traite les transformations géométriques. Il faut noter que lors de l’enseignement de la géométrie les transformations géométriques ne sont pas enseignées dans le secondaire I (dans le sens de l’école vaudoise).

Pour conclure, il faut noter que le concept de fonction est développé en lien avec les transformations identiques, les équations et les inéquations. Les propriétés des fonctions sont en général déduites à l’aide de graphiques, c’est-à-dire en se basant sur l’expérience pratique. Pourtant, certaines propriétés sont démontrées analytiquement. Au fil des années, les élèves augmentent le bagage de leurs connaissances, savoirs et savoir-faire mathématiques, d‘où l’augmentation progressive de nombre de propriétés étudiées. Le programme de ministère de l’éducation souligne à plusieurs reprises l’importance des compétences de construction et d’analyse des graphiques de fonction qui sont liés avec l’analyse de caractéristiques des phénomènes et des processus dont elles représentent. Cela est décrit dans le plan comme la compétence de compréhension de fonction comme un certain modèle mathématique (simplifié) de processus soit de phénomène de la vie réelle.

Je constate une grande interaction entre le cadre algébrique, fonctionnel et graphique pendant l’enseignement de cette séquence dans le cursus obligatoire en Ukraine. Tantôt la fonction est un outil à exploiter dans le cadre algébrique à travers la notion de variation et les possibilités offertes par la représentation graphique de fonctions qui permettent de donner du sens aux études des inégalités et de résolution d’équations et d’inéquations. Tantôt les cadres et les registres algébriques sont exploités dans l’étude de fonction sous la forme, par exemple, d‘une méthode d’analyse des fonctions du second degré. Les liens entre le cadre algébrique et le cadre fonctionnel visent à favoriser la distinction entre la notion d’inconnue et de variable.

Cette distinction est d’autant plus importante pour les élèves qui envisagent de continuer leurs études dans le cadre des études post-obligatoires. Le plan d’études post-obligatoires souligne l’importance pratique de la séquence « Les fonctions et les propriétés des fonctions ». Pour cette raison cette séquence est enseignée tout au début des études post-obligatoires. Les élèves révisent les concepts acquis, systématisent les connaissances afin d’introduire les nouvelles classes de fonctions comme par exemple les fonctions exponentielles, les puissances, les fonctions logarithmiques, trigonométriques et leurs combinaisons. L’un des buts principaux est le développement de la culture graphique des élèves qui se manifeste dans les compétences de la lecture et de la construction des graphiques et donc la définition des propriétés grâce au graphique et vice versa. L’un des moments importants d’enseignement de la fonction dans l’enseignement post obligatoire est lié avec l’enseignement de concept de la dérivée et de l’intégration. Les idées principales de l’analyse mathématiques sont suffisamment simples d’autant plus qu’ils sont enseignés plutôt intuitivement et avec le strict minimum des théorèmes et des affirmations qui exigent les preuves mathématiques. Ce niveau est suffisant en sachant que les enseignants sont invités à expliquer le sens des concepts, leurs applications géométriques et physiques. L’étude de fonctions aboutissent à l’extension de schémas d’analyse pour chaque fonction :

1. Définition de l’ensemble de départ. Définir les intervalles où la fonction est continue.
2. Définition de l’ensemble d’arrivée.
3. Les zéros de la fonction voire les points d’intersection avec les axes.
4. Définir la période de la fonction s’il y en a.
5. Définir les intervalles de croissance /de décroissance de la fonction à l’aide de la dérivée de la première dégrée.
6. Définir les minimums/ les maximums.
7. Définir les intervalles où la fonction est concave vers le haut/ concave vers le bas à l’aide de dérivée de second dégrée.
8. Définir les points d’inflexion, s’il y en a.
9. A l’aide de limites, définir le caractère de points de discontinuité. Pour certains cas, définir les équations pour les asymptotes.
10. Donner la présentation graphique de la fonction en se basant sur l’étude de la fonction.

Le leitmotiv de l’enseignement de cette séquence est le même que dans l’enseignement obligatoire : la modélisation des phénomènes et des processus de la vie quotidienne à l’aide des outils mathématiques et les études de ces modèles à l’aide des fonctions. L’aspect pratique de l’enseignement est encore plus présent dans ce cycle que lors de l’enseignement dans le cycle précédent.

d. La fonction telle qu’elle est enseignée

L’enseignement de n’importe quelle séquence devrait idéalement commencer par l’introduction du concept-clé, notamment lorsqu’il s’agit du concept de la fonction. Selon la théorie de la transposition didactique, la fonction est l’objet de savoir, connu et accepté par les institutions. Or, le manuel de mathématiques et les fichiers des élèves en Suisse romande ne contiennent pas de partie théorique. Cette dernière est regroupée dans un « aide-mémoire ». Dans son ensemble, elle n’est ni exhaustive ni précise (notamment, pour certaines notions, les propriétés sont mélangées avec les critères). Même si une grande part de la théorie est assez fragmentaire, celle qui concerne les fonctions est assez bien structurée et développée. Selon Y. Chevallard (1985) et dans ce cas-là, la définition de la fonction est donnée au sens strict :

« La fonction (ou une application) d'un ensemble de départ E vers un ensemble d'arrivée F est une relation qui, à chaque élément de E, fait correspondre exactement un élément de F. Si f désigne cette fonction, on note f : E -> F. » (Aide-mémoire MER p. 38, Ister, 7ème année , p. 131, Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, p. 104).

Les manuels ukrainiens précisent que si la relation de dépendance entre les deux variables existe, l'une est nommée variable dépendante et l'autre variable indépendante (Ister, 7ème année, p. 131, Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, p. 103). Les MER ne font pas la distinction entre la variable dépendante et la variable indépendante, ils n'introduisent pas une telle approche pour aborder la fonction. Les MER présentent le même concept par le couple (une variable, l'image de la variable).

Aussi cette introduction de la définition de la fonction implique l'introduction de deux autres concepts : l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée.

Les MER construisent ces concepts par la démonstration : « E est l'ensemble de départ de la fonction et F est l'ensemble d'arrivée. Si b est un élément de E, on désigne par f(b) l'élément de F qui correspond à b. » (MER, p. 38). Les manuels ukrainiens, au contraire, donnent les définitions au sens strict ainsi que par la construction et l'exemplification : « L'ensemble des valeurs de la variable indépendante est appelé l'ensemble de départ. L'ensemble des valeurs de la variable dépendante est appelé l'ensemble d'arrivée. » (Ister, 7ème année, p. 131, Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, p. 105).

Les moyens d'enseignement suisses romands et ukrainiennes insistent sur l'existence de 4 présentations d'une fonction et le lien entre elles. Le MER ne met pas en évidence la première (verbale) et la présente dans l'entête avec les trois autres représentations (à l'aide d'un tableau de valeurs, une représentation graphique, une expression fonctionnelle) mises en évidence. Les moyens d'enseignement ukrainiens soulignent aussi la possibilité de présenter la fonction verbalement (Ister, 7ème année, p. 133 et Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, p. 112). Il faut noter aussi que les manuels ukrainiens introduisent la définition de graphique de la fonction au sens strict : « Le graphique de la fonction est l'ensemble de points du plan, dont les abscisses correspondent aux valeurs de la variable indépendante qui forment l'ensemble de départ, les ordonnées correspondent aux valeurs de la variable dépendante qui forment l'ensemble d'arrivée. » (Ister, 7ème année, p. 131, Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, p. 105).

Le concept de fonction est un objet de savoir large qui englobe plusieurs classes de fonctions : les fonctions constantes $f(x) = a$, les fonctions linéaires $f(x) = ax$, les fonctions affines $f(x) = ax + b$, les fonctions quadratiques $f(x) = ax^2 + bx + c$, les fonctions cubiques $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, les fonctions homographiques $f(x) = \frac{a}{x}$, etc. Les manuels ukrainiens introduisent aussi la fonction de la racine carrée $f(x) = \sqrt{x}$ et la fonction de la valeur absolue $f(x) = |x|$.

Selon Chevallard (1985), les notions mathématiques ont des propriétés et des occasions d'emploi. Nous allons étudier les propriétés présentées dans les MER et moyens d'enseignement ukrainiens. Les premiers introduisent la croissance et la décroissance d'une fonction par la définition au sens strict :

« Sur un intervalle donné, si la valeur des images augmente lorsque la valeur de la variable augmente, alors la fonction est croissante. Sur un intervalle donné, si la valeur des images diminue lorsque la valeur de la variable augmente, alors la fonction est décroissante » (MER, p. 39). Le MER démontre l'exemple de la fonction croissante sur son ensemble de départ et aussi l'exemple de la fonction qui est à la fois croissante et décroissante. C'est la seule propriété de la fonction présentée dans l'aide-mémoire Suisse. Ces exemples démontrent implicitement le concept de la monotonie d'une fonction. Pourtant, les moyens d'enseignement ukrainiens vont plus loin. Les propriétés suivantes sont introduites :

- Le zéro de la fonction : « Les valeurs de la variable indépendantes qui transforment la valeur de la variable dépendante (la fonction) en zéro s'appellent les zéros de la fonction ». (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak, 9ème année, pp. 94-95, Merzlyak, Polonskii & Yakir, 9ème année, p. 70, Ister, 9ème année, p.78).
- Les intervalles où la fonction ne change pas de signe sont introduites par la définition qui prend comme la base la définition précédente. (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak, 9ème année, pp. 93-94, Merzlyak, Polonskii & Yakir, 9ème année, p. 69, Ister, 9ème année, p.79).
- La croissance et la décroissance de la fonction. La définition est introduite par les définitions au sens strict comme dans le MER. (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak, 9ème année, p. 93, Merzlyak, Polonskii & Yakir, 9ème année, p. 69, Ister, 9ème année, p.79).
- La valeur maximale, la valeur minimale sont construits par la démonstration. L'extremum est introduit par la définition au sens strict :

> « Le point où la fonction change son mode de la fonction croissante à la fonction décroissante ou le contraire de la fonction décroissante à la fonction croissante est appelé le point d'extremum de la fonction. » (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak, 9ème année, p. 95).

Passons maintenant à la présentation de classes des fonctions.

L'aide-mémoire suisse introduit progressivement les fonctions dans l'ordre suivant : la fonction constante, la fonction linéaire, la fonction affine, la fonction quadratique, la fonction puissance n-ème, la fonction racine n-ème, la fonction homographique. Toutes les fonctions sont présentées par leur expression fonctionnelle et par leur représentation graphique. La partie théorique contient aussi les propriétés qui portent sur le graphique de la fonction. Citons par exemple celle de la fonction constante :

« La représentation graphique d'une fonction constante est une droite parallèle à l'axe des abscisses ». (MER, p. 39).

En ce qui concerne la fonction linéaire, l'aide-mémoire contient plusieurs propriétés importantes : notamment la propriété du graphique, la propriété de la somme et la propriété du produit. Citons les deux dernières propriétés :

« Selon la propriété de la somme, l'image d'une somme de nombres est égale à la somme de leurs images. Selon la propriété du produit, l'image du double (du triple, …) d'un nombre est égale au double (au triple, …) de son image ». (MER, p. 40). Les deux propriétés qui sont démontrées à l'aide de tableau de valeurs sont en lien avec le facteur de linéarité et permettent introduire les concepts mathématiques étroitement liés à la fonction linéaire, notamment la proportionnalité, le pourcentage, l'échelle, la pente d'un terrain, la pente d'une droite, la vitesse et la masse volumique ».

En ce qui concerne la fonction affine, elle est présentée en lien avec la fonction linéaire. La dernière est vue comme le cas particulier de la fonction affine quand l'origine à l'ordonnée est égale à zéro. La fonction affine est aussi la généralisation de la fonction constante pour laquelle le coefficient de proportionnalité est égal à zéro. L'aide-mémoire démontre que la fonction affine est croissante quand le coefficient de proportionnalité est positif et au contraire la fonction devint décroissante quand le coefficient de la proportionnalité est négatif. L'aide-mémoire met en lien l'ordonnée à l'origine avec le point d'intersection avec l'axe des ordonnées : si l'ordonnée à l'origine est négative, la droite coupe l'axe OY en-dessous de l'axe OX et au contraire si l'ordonnée à l'origine est positive, la droite coupe l'axe O en-dessus de l'axe OX.

Les propriétés de la fonction quadratique sont présentées dans la même logique : l'aide-mémoire démontre le passage de la parabole en lien avec les valeurs de coefficients. Certains professeurs décident d'introduire La notion du maximum absolu et de minimum absolu (notamment pour les classes VP. J'ai d'ailleurs pu constater ce fait lors de mon stage à Pully et à Echallens. Les élèves apprennent à calculer les coordonnées du sommet : $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$. Pourtant cette formule fait partie des théories obligatoires à apprendre pour les élèves en Ukraine).

La fonction puissance n-ième est aussi vue comme la généralisation de la fonction linéaire quand le facteur de puissance est égal à 1 et comme la généralisation de la fonction quadratique quand le facteur de la puissance est égal à 2.

En ce qui concerne la fonction de la racine carrée, l'aide-mémoire donne l'expression fonctionnelle dans le cas général et les présentations graphiques de la racine carrée et de la racine cubique.

La dernière fonction présentée dans l'aide-mémoire est la fonction homographique. Elle est introduite par son expression fonctionnelle et les démonstrations des exemples contenant le coefficient positif et le coefficient négatif. La courbe porte le nom de l'hyperbole dont la propriété suivante est indiquée : « Une hyperbole comporte deux branches ». L'aide-mémoire souligne la restriction sur l'ensemble de départ : la variable x ne peut pas être égale à 0. Donc, cette valeur doit être exclue de l'ensemble de départ suite au fait de l'impossibilité de définir le résultat de l'opération de la division par zéro. Par contre, l'écriture $x \neq 0$ n'est pas explicitement mis en lien avec les restrictions sur l'ensemble de départ.

L'organisation de la partie théorique dans les manuels ukrainiens est distincte. Les élèves possèdent le manuel qui contiennent la partie théorique détaillée et les exercices pratiques. Souvent la partie théorique est accompagnée aussi par les remarques historiques.

La première différence dans l'introduction de la notion de la fonction est le fait que la proportionnalité est vue en 8ème Harmos. Cette séquence n'est pas mise en lien avec les fonctions car ce concept ne sera introduit qu'en 9ème Harmos. La proportionnalité est vue comme une fraction soit comme un rapport entre les valeurs. D'où la façon différente de présenter le concept de la proportionnalité : la proportionnalité dans l'aide-mémoire suisse est présentée à l'aide de tableau des valeurs et la propriété de la somme et la propriété du produit tandis que la proportionnalité dans les manuels ukrainiens est présentée comme l'égalité des rapports : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ soit a : b = c : d. Cette approche impose la reformulation des propriétés :

1. « Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \cdot d = b \cdot c$ soit autrement dit la règle de produit croisé.

2. La proportionnalité ne change pas si on multiplie ou divise les deux parties par le même nombre » (Bevz G.P. & Bevz V.G., 2006, p. 128 ; Merzlyak, A.G., Polonskii V.B.& Yakir M.S., 2006, p. 110).

Il est évident que ce point de vue stimule l'enseignement de la règle de trois comme le moyen de solution des problèmes de la proportionnalité en pratique. Si les enseignants en Ukraine encouragent l'utilisation de la règle de trois dans les problèmes contenant la proportionnalité, alors les enseignants en Suisse romande développent les capacités de voir les rapports internes et externes de la proportionnalité dans les problèmes similaires. Le dernier est plus propice à la compréhension profonde de concept.

Le pourcentage est vu comme le cas particulier de la proportionnalité dont la référence est 100%.

La deuxième différence principale concerne la présentation des classes des fonctions. Les élèves de 9ème Harmos se familiarisent avec la fonction affine. Cette fonction est vue comme une classe des fonctions qui englobe les deux cas particuliers : les fonctions linéaires et les fonctions constantes. Les fonction affines sont introduites par la définition au sens strict par son expression fonctionnelle. La définition est approfondie par l'exemplification qui met en évidence les occasions d'emploi et la démarche à faire. Les manuels explicitent la propriété importante de ce type des fonctions : « Le graphique de la fonction affine est une droite » (Ister, 7ème année, 2015, p. 149 et Maliovanii, Lytvynenko & Boyko, 7ème année, 2015, p. 129). La définition de la fonction linéaire est donnée au sens strict par son expression fonctionnelle comme le cas particulier de la fonction affine quand l'ordonnée à l'origine est égale à zéro. La fonction constante est construite par le même principe avec l'indication que cette fois c'est le coefficient de la proportionnalité est égal à zéro. Les manuels soulignent les propriétés des graphiques pour les deux particuliers et donnent des exemples pour chaque sous-classe des fonctions.

Les élèves de 8ème année apprennent la fonction quadratique (le cas particulier $y = x^2$) et la fonction racine carrée. La théorie est construite par la démonstration et l'exemplification. Les élèves déduisent les propriétés de ces fonctions en suivants les exemples. La fonction est donnée par son expression algébrique. La partie théorique souligne que l'ensemble de départ de cette fonction est le ℝ. La construction de graphique passe par le tableau des valeurs. Les propriétés suivantes sont formulées :

1. « Le graphique de la fonction $y = x^2$ s'appelle la parabole. Il est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
2. Le point (0,0) appartient au graphique de la fonction $y = x^2$. Ce point est le sommet de cette parabole.
3. L'ensemble d'arrivée est $\mathbb{R}^+$ car $(-x_0)^2 = (x_0)^2 = y_0^2$.
4. Le zéro de la fonction est $x = 0$. » (Merzlyak, A.G., Polonskii V.B.& Yakir M.S., 8ème année 2016, pp. 83-85 ; Ister, O.S., 8ème année, 2016, pp. 112-113)

La deuxième fonction étudiée lors de 8ème année (soit en 10ème Harmos) est la fonction racine carrée. Le principe de construction des connaissances sur cette fonction est le même : l'introduction de son expression fonctionnelle, la définition de son ensemble de départ par la construction de tableau de valeurs et la mise en évidence de cette particularité, la construction du graphique. Le graphique sert à la déduction des propriétés : la propriété de placement de graphique dans le premier quadrant, le caractère croissant de la fonction, le zéro de la fonction, la définition de son ensemble d'arrivée.

La troisième fonction présentée dans le manuel de Ister O.S (2016) est la fonction homographique. Elle est présentée dans le manuel sous le nom de la « proportionnalité inverse »[6]. La partie théorique contient les mêmes étapes. Les propriétés suivantes sont décrites :

1. « L'ensemble de départ est constitué de tous les nombres réels sauf $x = 0$.
2. L'ensemble d'arrivée est constitué de tous les nombres réels sauf le zéro.
3. Le graphique de la fonction porte le nom de l'hyperbole. Le graphique se trouve dans le quadrant I et dans le quadrant III quand le coefficient est positif. Sinon (le coefficient est négatif) le graphique se trouve dans le quadrant II et dans le quadrant IV. » (Ister, O.S., 8me année, 2016, p. 90)

Il faut noter que les élèves de 9ème année (soit 11ème HARMOS) apprennent à construire les fonctions à l'aide de transformations géométriques. Ister (2017) propose d'étudier les méthodes de construction des graphiques à travers les cas généraux et les exemplifier comme par exemple la construction de graphique de la fonction $f(x \pm m), m > 0$ à l'aide de la fonction $y = (x-2)^2$ dont le graphique est en lien avec le graphique de la fonction $y = x^2$. A leur tour Maliovanii, Lytvynenko et Voznyak (2016) introduisent les transformations géométriques de

[6] La traduction mot-à-mot.

graphiques directement en lien avec la fonction quadratique. Les deux manuels donc donnent les formulations différentes de mêmes propriétés :

1. La construction de la fonction $y = f(x) \pm n, n > 0$ (Ister, 2017, p. 88) soit de la fonction $y = x^2 + n$ (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak, 2016, pp. 67-69) :

Ister (2017) démontre les propriétés de cette transformation géométrique à l'aide de la mise en lien de trois fonctions suivantes : $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x} - 2$ et $y = \sqrt{x} + 3$. Ensuite il formule la propriété générale : « Afin de construire le graphique de la fonction $y = f(x) + n, n > 0$ il suffit de déplacer le graphique de la fonction $y = f(x)$ sur l'axe OY en haut de *n* unités. Afin de construire le graphique de la fonction $y = f(x) - n, n > 0$ il suffit de déplacer le graphique de la fonction $y = f(x)$ sur l'axe OY en bas de *n* unités » (p. 89).

Maliovanii, Lytvynenko et Voznyak (2016, p. 68) présentent la même transformation géométrique exclusivement pour le cas de deux fonctions suivantes : $y = x^2$ et $y = x^2 + n$. La propriété indique que le deuxième graphique peut être obtenu du premier par le déplacement de la parabole $y = x^2$ sur l'axe OY en haut ou en bas (selon le signe de *n*) de *n* unités.

2. La construction du graphique de la fonction $y = f(x \pm m), m > 0$ (Ister,2017, p. 89) soit de la fonction $y = (x + m)^2$ (Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak , 2016, pp. 70-73) .

Les propriétés sont démontrées et construites comme pour le cas précédent. « Afin de construire le graphique de la fonction $y = f(x + m), m > 0$ il suffit de déplacer le graphique de la fonction $y = f(x)$ sur l'axe OX à droite de *m* unités. Afin de construire le graphique de la fonction $y = f(x - m), m > 0$, il suffit de déplacer le graphique de la fonction $y = f(x)$ sur l'axe OX à gauche de *m* unités. » (Ister, 2017, p. 90).

Maliovanii, Lytvynenko & Voznyak la même propriété est formulé de point de vue des paraboles. Il faut noter que le manuel souligne que les coordonnées du sommet et l'axe de symétrie changent également. Le sommet de la parabole est désormais le point $(-m, 0)$. L'axe de symétrie est une droite $x = -m$.

Ensuite il est proposé aux élèves de mettre ensemble les propriété 1 et 2. Le manuel propose le schéma de construction de la parabole $y = (x + m)^2 + n$. Il est explicitée que le somment de cette parabole est le point $(-m, n)$. L'axe de symétrie est la même droite de pour la propriété précédente.

3. La construction du graphique $y = -f(x)$ par la symétrie axiale du graphique $y = f(x)$. Cette transformation géométrique est explicitée que dans le manuel d'Ister.
4. La construction du graphique de la fonction $y = kf(x)$, $k > 0, k \neq 1$ (Ister) soit du graphique de la fonction $y = ax^2, a \neq 1$.

« Afin de construire le graphique de la fonction $y = kf(x), k > 0, k \neq 1$ il suffit d'épandre le graphique de la fonction $y = f(x)$ sur l'axe OX de k fois si $k > 1$ et de le restreindre sur l'axe OX de $\frac{1}{k}$ fois si $1 > k > 0$. » (Ister, 2017, p. 92).

Maliovanii, Lytvynenko et Voznyak (2016, pp. 78-80) indiquent la même propriété pour la parabole $y = ax^2$ en indiquant que si le coefficient a est négatif il faudra en plus effectuer la symétrie axiale.

En se basant sur les propriétés indiquées, il est possible d'élaborer la marche à suivre pour la construction de graphique $y = a(x+m)^2 + n$. A l'aide des identités remarquables, le manuel démontre la marche à suivre qui permet de passer de la fonction $y = ax^2 + bx + c$ à la fonction $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$ qui à l'aide des substitutions représente le cas général $y = a(x+m)^2 + n$.

Il faut noter que Maliovanii, Lytvynenko et Voznyak (2016, pp. 101-105) introduisent aussi les cas généraux des transformations géométriques une fois que les mêmes sont acquises dans le cas des fonctions quadratiques.

D'où, je pourrais déduire la troisième différence principale avec l'Ukraine : la séquence étudiée pendant l'année scolaire est considérée comme acquise. La même séquence n'apparait pas dans les manuels de l'année scolaire suivante. Le seul concept dont la partie théorique apparait deux fois est le concept de la fonction. Les bases théoriques sont présentées en 7ème année (9 Harmos). Les mêmes bases avec l'approfondissement apparaissent en 9ème année (11 Harmos).

Pour conclure, il faut noter que les manuels ukrainiens mettent beaucoup de carde théorique : notamment l'introduction de la définition au sens strict, les études de l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée, les propriétés particulières de chaque graphique, les noms de graphique. Les élèves de 9ème année en Ukraine (11 HARMOS) apprennent aussi les bases de l'analyse des fonctions et le schéma : quelle que soit la fonction ils doivent savoir définir son ensemble de départ et son ensemble d'arrivée, les zéros de la fonction, l'intervalle de croissance et de décroissance, le maximum/ le minimum absolu et ses coordonnées, les axes de symétrie s'il y en a. Le schéma va être complété pendant leurs études dans l'école post obligatoire tandis que les élèves suisses romands apprennent le schéma d'analyse et la fonction complète directement lors des études au gymnase.

e. Synthèse de la comparaison

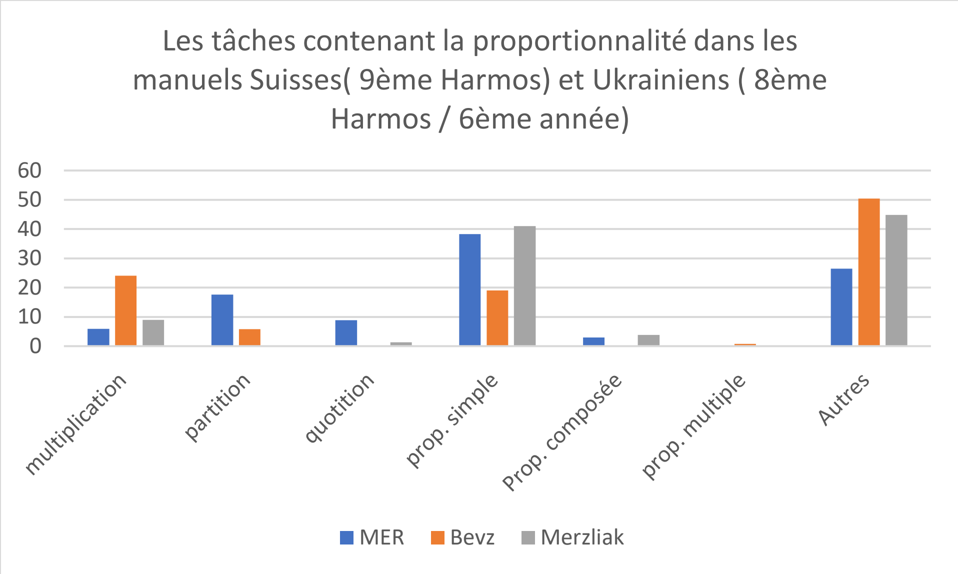
Je vais commencer l'analyse de la partie pratique par l'analyse des exercices concernant la proportionnalité.

La proportionnalité en Ukraine est étudiée en 6ème (8 ème Harmos)[7] . Elle n'est pas étudiée de la même façon qu'en Suisse. Selon l'annexe (les 9èmes Harmos) qui contient les tableaux comparatifs des exercices de 9ème Harmos, on voit qu'en Suisse les élèves apprennent plutôt à chercher les liens internes et externes dans la proportionnalité soit passer par la valeur correspondant à 1 d'une des variables. Cependant en Ukraine la proportionnalité est vue comme l'égalité de deux rapports et donc les élèves sont encouragés à apprendre et à utiliser la règle de trois.

Parmi les manuels proposés aux enseignants de mathématiques en 6ème, j'ai choisi le manuel de Merzliak, Polonskii, Yakir (2006) et le manuel de Bevz et Bevz (2006). Même si les manuels comprennent les tâches de la proportionnalité simple, de la quotition et de la multiplication, les méthodes de la solution favorisent toujours la règle de trois.

Le graphique suivant montre la répartition des exercices dans les trois manuels indiqués selon la tâche donnée. Le MER contient 34 exercices. Le nombre des exercices dans les deux manuels ukrainiens choisis est plus élevé : 78 dans le manuel de Merzliak, Polonskii, Yakir (2006) et 137 dans le manuel de Bevz et Bevz (2006).

[7] Voir l'annexe Les 9ème HARMOS



Le diagramme démontre que les MER contient presque tous les types d'exercices sur la proportionnalité. Précisons : les exercices de la multiplication représentent 5,88% de cette partie de la séquence, les exercices de la partition représentent 17,65%, les exercices de quotition – 8,82%, les exercices de la proportionnalité simple – 38,24%, les exercices de proportionnalité composée – 2,94% et les autres types d'exercices (notamment définir si les deux suites se sont liées par la proportionnalité) – 26,47%. Le seul type d'exercice qui n'est pas représenté dans le manuel de 9ème année est l'exercice de la proportionnalité multiple. Néanmoins, lors de mon stage au collège secondaire de Pully, j'ai pu constater que les enseignants introduisent aussi ce type d'exercice dans les classes de 9ème année niveau VP.

Cependant, les manuels ukrainiens font l'accent sur les exercices de multiplication, de la proportionnalité simple et les autres types d'exercices qui ne peuvent pas être classés selon la classification de Vergnaud. Citons les chiffres[8] : en ce qui concerne le manuel de Merzliak, Polonskii et Yakir (2006) les exercices de la multiplication s'élèvent à 24,09% de nombre total des exercices présents, les exercices sur la proportionnalité simple – 18,98%, les autres types d'exercices –50,36% et dans le manuel de Bevz et Bevz (2006) les exercices de multiplication correspondent à 8,97 %, les exercices de la proportionnalité simple – 41.03% et les autres types d'exercices – 44,87%. Même si les deux manuels ukrainiens favorisent les différents types de tâches selon la classification de Vergnaud (la multiplication dans Merzliak, Polonskii, Yakir (2006) et la proportionnalité simple dans le manuel de Bevz et Bevz (2006)), il est évident que la majorité des exercices correspondent aux autres types d'exercices. Ces exercices encouragent les élèves à apprendre les propriétés de la proportionnalité et à les utiliser, développe la vision

[8] Voir l'annexe Les 9ème HARMOS

géométrique de la proportionnalité, font une introduction implicite à la solution des équations de 1er degré à 1 inconnue à l'aide de la règle de trois.

En ce qui concerne la notion de la fonction ainsi que le lien entre les différentes représentations de la fonction et les types de fonctions (fonctions affines et les fonctions linéaires) étudiées en 9ème Harmos, je vais me référer aux diagrammes suivants[9].

Diagramme 2

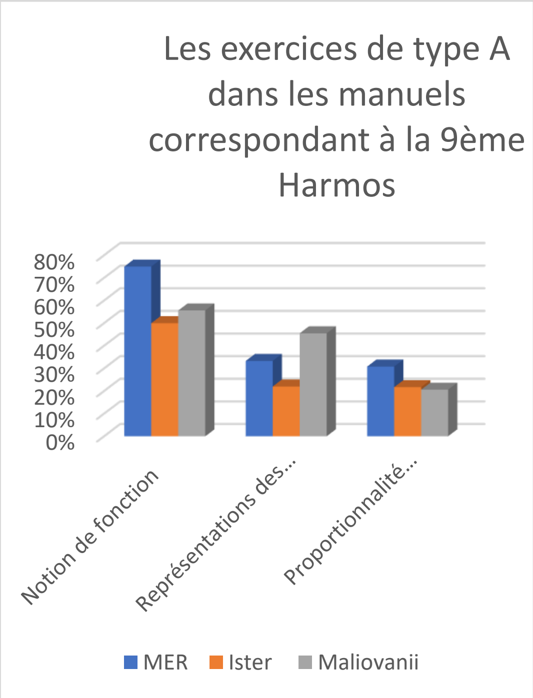


Diagramme 3

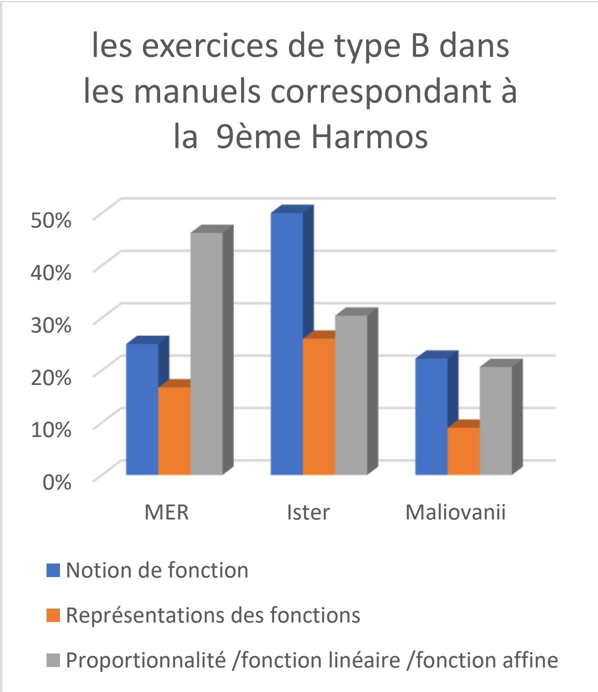
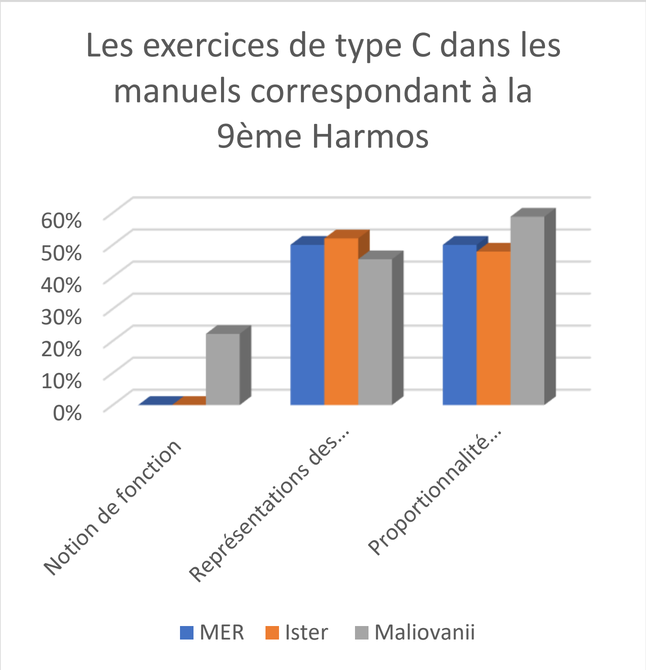


Diagramme 4

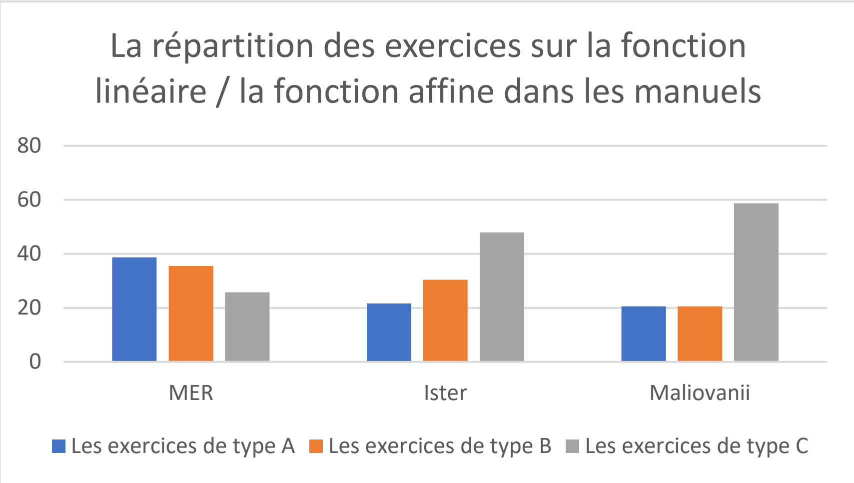
[9] Voir l'annexe Les 9ème HARMOS



En analysant les trois diagrammes, il faut noter que les manuels ukrainiens proposent plus d'exercices de type B et C par rapport aux manuels suisses. Les deux systèmes scolaires introduisent la séquence par exercices portant sur la compréhension de la notion de fonction et sa définition. Plus précisément, le nombre total des exercices sur cette partie n'est pas trop distinct d'un manuel à l'autre : 4 exercices dans les MER, 6 dans le manuel de Ister (2015) et 9 dans le manuel de Maliovanii, Litvinenko & Boyko (2015). Mais cela est différent en ce qui concerne les exercices sur les différentes représentations d'une fonction et le lien entre eux : 6 exercices dans le MER, 50 exercices dans le manuel de Ister (2015) et 22 dans le manuel de Maliovanii, Litvinenko & Boyko (2015). Les diagrammes montrent le fait que MER contient essentiellement les exercices de type A et de type B, selon la classification indiquée dans les critères de comparaison. Cependant, les manuels ukrainiens contiennent les exercices de type A, B et C avec la domination des exercices de type B et C respectivement.

En ce qui concerne la proportionnalité, comme cela a été déjà indiqué ci-dessus, les élèves en Suisse romande font connaissances avec ce concept en 9ème Harmos. A l'aide de ce concept, les enseignants peuvent introduire le concept des fonctions et de ses trois représentations. Notamment, il s'agit des exercices suivants : FA 9 (MER, livre 9ème, 2011, p. 68), FA 18 (MER, livre 9ème, 2011, p. 70). Néanmoins, le programme scolaire en Ukraine ne prévoit pas les révisions du contenu vu précédemment (la proportionnalité qui est vue en 8ème Harmos). Donc, les élèves poursuivent le programme en faisant connaissance avec la fonction affine, la fonction linéaire et la fonction constante. Cette partie du contenu peut être mis en lien avec le contenu de 10ème Harmos. Afin de pouvoir comparer les types des exercices proposés aux élèves j'ai dû me référer aux manuels suivants : la 7ème année scolaire en Ukraine et la 10ème année scolaire car les fonctions linéaires et les fonctions affines sont étudiées avec une année de décalage dans les deux programmes.

Diagramme 5



Le diagramme 5 montre la répartition des exercices sur la fonction affine et la fonction linéaire dans les différents manuels notamment le MER de 10ème année et les deux manuels ukrainiens qui correspondent au 9ème Harmos. La tendance remarquée déjà lors de l'analyse de 9ème Harmos reste la même : les manuels ukrainiens contiennent plus d'exercices de type C que les MER. En ce qui concerne le type B la tendance n'est pas claire. On peut constater grâce aux graphiques que les manuels ukrainiens contiennent en général moins d'exercices de type A que les MER.

Je vais aussi déduire les types d'exercices sur la fonction affine/ la fonction linéaire proposés aux élèves dans les deux systèmes scolaires. Le tableau récapitulatif montre que les élèves effectuent des exercices visant les mêmes objectifs (à noter que je compte l'exercice entier qui porte sur la question indiquée ainsi que si l'exercice constitué de plusieurs tâches, donc exercice pouvant être pris en compte plusieurs fois dans ce tableau) :

Le type d'exercice	**MER**	**Ister**	**Maliovanii**
Définir si la fonction est affine	Non	Oui	Oui
Définir si la fonction est linéaire / la proportionnalité dans une autre formulation	Oui	Oui	Oui
Le lien entre le graphique, l'expression algébrique, le tableau de valeurs	Oui	Oui	Non
La fonction est donnée par l'expression algébrique et il faut construire le graphique ou en envers.	Oui	Oui	Oui
La fonction est donnée par l'expression algébrique et il faut remplir le tableau de valeurs ou en envers	Oui	Oui	Non [10]

[10] Pour pouvoir construire les graphiques de fonctions les élèves seront obligés de passer par le tableau de valeurs mais cette étape n'est pas explicitée dans les énoncés.

La fonction est donnée par le tableau de valeurs et il faut dessiner le graphique ou inversement	Oui	Oui	Non
Définir si le point appartient au graphique de la fonction	Oui dans le sens de barrer intrus FA 22	Oui	Oui
Trouver les antécédents	Oui	Oui	Non
Trouver les images	Oui	Oui	Non
Calculer / déterminer le facteur de linéarité	Oui	Oui	Oui
Calculer / trouver l'origine de l'ordonnée	Non	Oui	Oui
Problème de modélisation et de recherche de la formule pour le cas général / nombre d'exercices de modélisation présents dans le manuel	Oui / 13	Oui Ex. 786, 787 /5	Oui ex. 334 /1
Classer les fonctions selon la formule/le graphique soit associer l'expression algébrique au graphique	Oui	Non	Non
Savoir passer de la langue orale à l'écriture mathématique et inversement	Oui FA 10	Non	Non
Savoir ire si les droites sont parallèles	Oui FA 27	Non	Oui
Savoir trouver les expressions algébriques de la fonction en sachant que la droite passe par les 2 points dont les coordonnées sont données.	Non	Non	Oui
Savoir trouver les expressions algébriques de la fonction en sachant que la droite est parallèle à la droite donnée et passe par le point donné.	Non	Non	Oui
Construction de graphique de la fonction contenant la valeur absolue	Non	Non	Oui

Il faut ajouter également que les élèves en Ukraine apprennent le concept de l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée et les définissent pour les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes. Les exercices de recherche de l'ensemble de départ, de l'ensemble d'arrivée, la construction de la fonction contenant la valeur absolue sont étudiés en Suisse lors des cours de OS math-physique en 10ème.

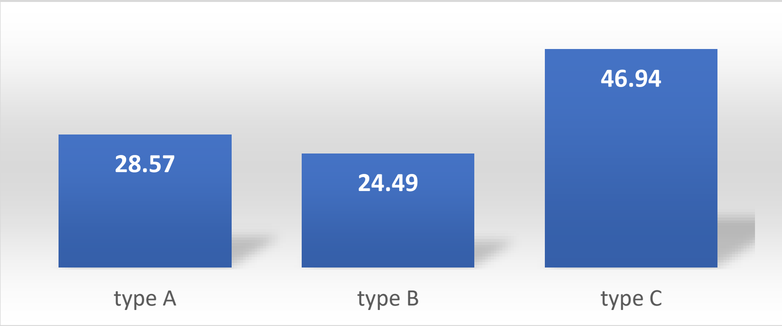
Passons maintenant aux manuels de 10ème Harmos en Ukraine[11]. La première séquence de manuel Merzliak, Polonskii & Yakir (2016) et de manuel Ister (2016) porte sur l'enseignement des propriétés de la fonction $y = x^2$, la construction de son graphique et les autres tâches contenant la fonction quadratique. La deuxième séquence porte sur l'enseignement des propriétés de la fonction $y = \sqrt{x}$, la construction de son graphique et les autres tâches contenant la fonction de la racine carrée. La troisième partie de la séquence porte sur la fonction homographique. Les élèves doivent savoir définir l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée, les points extrêmes, rechercher sur le graphique et calculer les images et les antécédents, savoir dire si le graphique de la fonction passe par le point donné, trouver algébriquement les points d'intersection de deux graphiques (savoir résoudre l'équation), construire le graphique de la fonction, trouver les points d'intersection de deux graphiques par la voie graphique, trouver l'expression fonctionnelle en sachant que le graphique de la fonction passe par le/les point(s) donné(s), modéliser les problèmes. Pourtant le MER contient aussi quelques exercices qui évoquent la fonction quadratique $y = x^2$. Citons-les : FA 14, FA 15, FA 16, FA 18, FA 19, FA 20, FA 25. Les élèves en 10ème Harmos en Suisse doivent savoir distinguer selon l'expression algébrique la fonction quadratique d'autre type de fonctions, doivent savoir distinguer selon le graphique la fonction quadratique d'autre type de fonctions, associer les graphiques avec les expressions algébriques. Le niveau des exercices proposés aux élèves en Ukraine est plus avancé : les élèves apprennent à construire le graphique de la fonction quadratique, savoir résoudre les équations graphiquement, définir si le graphique passe par le point, calculer les antécédents et les images, définir l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée ainsi qu'ils apprennent deux autres types de fonction (la racine carrée et la fonction homographique). Les mêmes compétences sont travaillées pour les fonctions $y = \sqrt{x}$ et $y = \frac{a}{x}$.

Vu la différence dans les programmes d'enseignement des mathématiques, il est évident que le décalage constaté en 9ème Harmos ne fait qu'augmenter. Donc, il ne sera possible de comparer et construire l'analyse de 11ème Harmos avec l'année respective en Ukraine. La même classification des exercices (type A, B, C) a pu être effectuée pour les MER. Les fonctions linéaires et affines ont été étudiés par les élèves en 9ème et en 10ème. Donc, naturellement que les exercices de révision sur les fonctions linéaires, affines et constantes appartiennent au type

[11] Voir l'annexe Les 10èmes HARMOS

A car les élèves mobilisent les connaissances préalables. Néanmoins, il y a quelques exercices de type B qui sont liés à la modélisation et donc cela engage les compétences de l'interprétation, de mise en lien avec des autres problèmes textuels connus et la démarche réflexive.

Les résultats de l'analyse sont les suivants :



En comparant le graphique présenté avec le graphique dans les MER de 10ème année, on peut constater l'augmentation du pourcentage des exercices de type B et C (**25,8 % au 10ème** par rapport au **46,94 % à 11ème**). Le pourcentage des exercices de type C dans l'ensemble des exercices du MER de 9ème n'était pas calculé auparavant. Le calcul est le suivant : 0+3+6 / (4+6+26) × 100% = 9/36 × 100% = 25%. Pour conclure, le pourcentage des exercices de type C dans le MER de 11ème est plus élevé qu'au 9ème.

En ce qui concerne le programme de 11ème Harmos[12] (qui correspond au niveau de 9ème en Ukraine), le programme est plus avancé par rapport au programme Suisse comme cela a été déjà constaté lors d'analyses de 10ème Harmos. Il est possible de comparer certains types d'exercices dans les deux systèmes : les exercices qui mettent en évidence la fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Le programme Ukrainien exige l'enseignement de cette fonction par deux méthodes différentes : d'une part les élèves apprennent les propriétés de cette fonction (la direction de la parabole, le nombre de point d'intersection avec l'axe des abscisses et les coordonnées de sommet de parabole) en utilisant les mêmes approches que les élèves en Suisse. D'autre part, l'analyse est plus avancée car les élèves apprennent à appliquer les identités remarquables afin de passer de $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ à la forme suivante $y = (x + m)^2 + n$. Cette démarche permet aux élèves d'utiliser les modèles lors de constructions de graphiques et d'appliquer le principe de transformations géométriques : donc de faire une translation de modèle à certains nombres d'unités soit sur l'axe des abscisses soit sur l'axe des ordonnées. Ce principe n'est pas étudié en Suisse lors de l'enseignement des mathématiques au secondaire I. C'est-à-dire que le niveau de complexité des exercices et les compétences

[12] Voir l'annexe Les 11ème

développées ne sont pas identiques d'où les difficultés de la mise en commun des exercices concernant les fonctions quadratiques.

En pratique, en Suisse l'insertion des élèves aux fonctions quadratiques commence par l'enseignement de la fonction du type $f(x) = ax^2$. La majorité des exercices propose aux élèves d'apprendre à associer la parabole à son expression graphique. L'exercice FA 35 va plus loin et propose aux élèves de formuler les propriétés de la fonction $f(x) = ax^2$ en tenant compte que les élèves savent construire le graphique de la fonction $y = x^2$. Normalement, les élèves doivent en déduire que pour la fonction $y = x^2$ le coefficient $a = 1$ et donc les autres fonctions de ce type $y = ax^2$ vont être liées avec notre graphique de référence. Le graphique de la fonction de modèle passe par le quadrant I et II. Si $a < 0$, donc le graphique de la fonction va passer par les quadrants III et IV, par contre si $a > 0$ le graphique de la fonction passe par les mêmes quadrants que le modèle. Les élèves peuvent aussi déduire si le graphique va être rétréci par rapport au modèle ($1 > a > 0$) soit au contraire le graphique va être en extension par rapport au modèle ($a > 1$). Les tâches de construction sont peu nombreuses par rapport au nombre de tâches où les élèves assoient le graphique avec l'expression algébrique soit travaillent avec le tableau de valeurs, les antécédents et les images.

Les manuels qui correspondent à 11ème Harmos en Ukraine contiennent les exercices de niveau plus élevé. Les exercices qui correspondent à l'apprentissage de la fonction $y = ax^2$ sont étudiés en 10ème Harmos. Pourtant les élèves en Ukraine, n'étudient pas les propriétés de la fonction $y = ax^2$, c'est-à-dire qu'ils restent dans les tâches en lien avec $y = x^2$: construire le graphique, trouver les images et les antécédents, trouver les points d'intersection de la parabole avec une droite, définir si la parabole passe par le point donné, etc.

En ce qui concerne la fonction $y = ax^2 + c$, le manuel suisse propose de déduire les propriétés de cette fonction en se basant sur les propriétés de la fonction $y = ax^2$ (FA 60 partie a). Les élèves ont déjà vu plusieurs fois la fonction $y = x^2$ et ils doivent déduire que pour construire la fonction $y = x^2 + 5$ il suffit d'effectuer la translation du graphique de la fonction – modèle à 5 unités dans le sens positif de l'axe des ordonnées. Donc, le manuel propose les exercices de façon à ce que les élèves déduisent le sens de la translation du modèle selon le signe de c.

Selon l'analyse des exercices présentés dans le MER, les élèves apprennent à associer les paraboles aux expressions algébriques données quand il s'agit de fonction de type $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Le manuel ne demande pas la déduction des propriétés de la parabole, ni de savoir déterminer les coordonnées du sommet, ni de savoir construire ce genre de graphiques. Pourtant, comme cela a été déjà indiqué ci-dessus le programme scolaire ukrainien propose d'approfondir les connaissances sur les fonctions quadratiques en passant à la fois par les propriétés de la fonction quadratique et par la déduction de n'importe quelle fonction quadratique à une fonction modèle afin de construire son graphique par les translations géométriques.

Réponse à la question de recherche

Lors de mon analyse de la théorie introduite dans les manuels ukrainiens et l'aide-mémoire sur les fonctions[13], j'ai pu constater que le volume, la densité et la complexité des définitions et des concepts sont plus avancés en Ukraine par rapport aux manuels de Suisse romande.
Ce constat influence directement la complexité des tâches proposées aux élèves.

1. Tous les élèves Ukrainiens (sachant qu'en Ukraine le niveau de mathématiques est obligatoire pour tous sauf pour les classes spécialisées en mathématiques et en physique où le niveau des mathématiques est encore plus élevé) apprennent à définir l'ensemble de départ et parfois même l'ensemble d'arrivée pour les fonctions simples comme la fonction linéaire, la fonction affine ou la fonction quadratique ainsi que pour les fonctions très compliquées contenant la valeur absolue, les racines et les expressions algébriques contenant la variable dépendent au dénominateur. Ceci est souvent effectué dans le cadre de la définition de concept des fonctions. Des exercices similaires ne sont pas présents dans les manuels suisses. De tels exercices ne sont étudiés que lors des cours OS maths-physique.
2. Les élèves en Suisse et en Ukraine effectuent les exercices qui portent sur le lien entre les quatre représentations de la fonction (description verbale, le tableau de valeur, le graphique et l'expression algébrique). Pourtant l'attention des élèves en Ukraine est tourné principalement vers l'expression algébrique de la fonction : notamment la définition de l'ensemble de départ et de l'ensemble d'arrivée, la construction du graphique en passant par le tableau de valeurs, la définition de l'expression algébrique en se basant sur le graphique, les calculs de l'image et de l'antécédent, la définition de point d'intersection de deux graphiques de fonctions analytiquement, la définition des zéros de la fonction, la définition des extrêmes, la modélisation des situations. De leur côté, les manuels en Suisse mettent plus d'accent sur le lien entre les trois représentations (l'expression algébrique, le graphique et le tableau de valeurs) et ne favorisent pas une de ces représentations.
3. La proportionnalité est enseignée aux élèves avec le décalage des années : elle est enseignée en Suisse romande à partir des 9ème Harmos et révisée également en 10ème et en 11ème.

---

[13] Voir l'annexe La partie théorique

Les problèmes favorisent tout d'abord le développement des liens internes à l'intérieur de la proportionnalité ainsi que des liens externes. En Ukraine, l'enseignement de ce sujet est prévu pour le 8ème Harmos. Les manuels ne retournent plus sur ce concept au secondaire. L'introduction de la proportionnalité comme l'égalité des rapports introduits des propriétés de la proportionnalité et même propose aux élèves de trouver les liens internes et externes, pourtant les problèmes sont vite détournés vers l'utilisation de la règle de trois dont l'utilisation est très sollicitée. Un des buts indiqués dans le programme d'enseignement pour le 8ème Harmos est formulé de façon suivant : « Connaitre et savoir utiliser la règle de trois dans les situations de proportionnalité ».

4. Comme cela a été déjà indiqué dans le point précédent, les manuels suisses favorisent la récurrence en ce qui concerne le contenu. Notamment, chaque séquence contient la partie « Que sais-je ?». D'autant que les manuels scolaires contiennent les tâches de l'année précédente avec des ajouts, soit avec certaines complications. Le même constat concerne aussi le programme scolaire des mathématiques pour le secondaire 1.

5. Les élèves en Ukraine apprennent les deux méthodes de construction de graphiques de fonctions quadratiques. La première se base sur la définition de la formule de sommet de la parabole, la définition de la direction de la parabole par le coefficient devant x^2, la construction de tableau de valeurs et enfin sur la propriété de la symétrie axiale. Cette méthode est également utilisée en Suisse. Cependant, les élèves apprennent aussi à construire le graphique à partir de n'importe quel graphique à l'aide de transformations géométriques. Afin de pouvoir le faire les élèves réduisent le polynôme $ax^2 + bx + c$ à la forme suivante $a(x \pm m)^2 \pm n$ à l'aide des identités remarquables. En partant d'un graphique de fonction $y = x^2$ les élèves déplacent le graphique à m unités sur l'axe OX, ensuite le rétrécissent ou inversement par rapport à l'axe OY de a fois, et enfin déplacent le dernier de n unités sur l'axe OY.

6. De façon générale, les manuels suisses proposent des tâches plus en lien avec la vie quotidienne. Les manuels ukrainiens portent plus sur des tâches techniques même si ces derniers contiennent aussi un nombre d'exercices de modélisation importante. Cela est en lien direct avec les examens de certification de la fin d'études obligatoires. Le certificat de fin d'études obligatoires (il est élaboré au sein de l'établissement et peut être différent d'une école à l'autre) contient beaucoup de problèmes d'application même pour le niveau VG 1 en mathématiques. J'ai pu constater ces différences pendant mes stages à Pully, à Echallens et au Belvédère (Lausanne). Les examens de fin d'études obligatoires en Ukraine sont élaborés par le Ministère d'éduction à Kiev, ils sont uniques pour tous les élèves dans toutes les régions du pays. Les épreuves contiennent peu de problèmes d'application. La majorité des exercices sont purement

techniques. D’où on conclut le nombre important de résolution de problèmes uniquement techniques dans les manuels destinés à l’enseignement secondaire.

Conclusion et questions ouvertes

Il est évident que le niveau de connaissances considérées comme acquises à la fin de la scolarité obligatoire est plus important en Ukraine par rapport à la Suisse romande. Néanmoins les questions que je me pose en tant qu’enseignante concerne le niveau de compréhension profonde du concept de fonction ainsi que d’autres concepts : le graphique, l’ensemble de départ, l’ensemble d’arrivée, la croissance et la décroissance de la fonction, etc.

Selon la statistique présentée par le DGEO, en 2017 l’école secondaire obligatoire contenait 23’228 élèves dont 12’667 suivent la voie VG, 9’860 suivent la voie VP, 600 suivent les classes de raccordement 1 et 91 élèves suivent les classes de raccordement 2.[14] Le bureau de la statistique en Ukraine indique qu’en 2018 il y avait 343’347 élèves qui ont fini l’école obligatoire et 325’999 élèves en 2017[15]. Pourtant aucune des deux statistiques ne présente les données sur le redoublement ni sur le nombre d’élèves qui n’ont pas eu le certificat de la fin d’études dans l’école obligatoire. Donc, il n’est pas possible de corréler la complexité et le volume de contenu enseigné avec la réussite scolaire directement en se basant sur la statistique officielle.

A mon avis, il serait intéressant d’approfondir l’analyse comparative en tenant compte des exercices qui apparaissent lors des tests officiels et les examens de la certification de la fin de la scolarité obligatoire. Cette comparaison complémentaire permettrait de mettre en lumière les erreurs les plus récurrentes chez les élèves et ensuite de poser les hypothèses quant à leurs sources : est-ce que les erreurs sont en corrélation avec la complexité des tâches proposées aux élèves ? Est-ce que les difficultés sont plus liées à la nature complexe du concept de la fonction qu’aux tâches elles-mêmes ?

Cette piste peut être intéressante et utile pour le système d’organisation des manuels en Suisse romande. Ceci d’autant plus, que j’ai entendu à plusieurs reprises que l’aide-mémoire actuel contient de nombreuses erreurs didactiques et méthodiques. Donc, son contenu doit être réorganisé. Les études menées dans ce mémoire, complétées par l’analyse des tests et les sources d’erreurs peuvent servir comme base pour l’équipe en charge de la réorganisation de la partie théoriques des MER, le volume et la complexité de son contenu.

[14] http://www.scris.vd.ch/Default.aspx?DocID=5351&DomId=2612
[15] https://www.rbc.ua/rus/news/-tys-odinnadtsatiklassnikov-shkolah-prozvuchali-1432889490.html

L’écriture de ce mémoire m’a permise d’ajuster mes pratiques d’enseignement aux plans d’études romands. La classification des exercices selon le niveau de complexité va me permettre de construire mes séquences en suivant la logique de progression pour ce concept.

Bibliographie

Arsac , G. (1992). L'évolution d'une théorie en didactique : l'exemple de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 12(1),* 7-32.

Balac, S. & Sturm, F. (2015). *Exercices d'algèbre et d'analyse. 154 exercices corrigés de première année.* Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.

Baron, L. (2015). *De la construction mathématique à sa représentation*. Belgique : Magnard.

Bodin, A (2003). *Comment classer les questions de mathématiques ? (*Article à paraître).

Bradley, G., Smith, K., Franco, A. & Marcheterre, B. (2001). *Calcul différentiel.* Québec : ERPI.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactiques des mathématiques, 7* (2), 33-115.

Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques, *Education et didactique, 5* (1), 1-6.

Calvo, B., Calvo, A., Doyen, J. & Boschet, F. (1976). *Cours d'analyse. Suites, séries, fonctions.* Paris : Librairie Armand Colin.

Calvo, B., Calvo, A., Doyen, J. & Boschet, F. (1976). *Cours d'analyse. Dérivées, fonctions élémentaires, intégrales.* Paris : Librairie Armand Colin.

Calvo, B., Calvo, A., Doyen, J. & Boschet, F. (1976). *Cours d'analyse. Développement limités, courbes, équations différentielles.* Paris : Librairie Armand Colin.

Cassidy, C. & Lavertu, M. L (1994). *Introduction à l'analyse. Fonctions d'une variable réelle.* Sainte-Foy : Les presses de l'Université Laval.

Chatterji, S. D (1997). *Cours d'analyse. Analyse vectorielle.* Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.

Chevallard, Y. (1985/1991 rééd.). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble : La Pensée sauvage.

Chilov, G. (1973). *Analyse mathématique. Fonctions d'une variable. Traduit du russe.* Moscou : Mir.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010). *Plans d'études romand. Mathématiques et Sciences de la nature*. Renens : PCL Presses Centrales SA.

Crahay, M., Verschaffel, L., de Corte, E. & Grégoire J. (2008). *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* Bruxelles : De Boeck.

Develey, M. (1992). *De l'apprentissage à l'enseignement.* Paris : ESF.

Deruaz, M. (2014). *Un dispositif pour évaluer des savoirs mathématiques au début, pendant et à la fin d'un module de formation.* À paraître (Extrait distribué lors de cours de didactiques de mathématiques en sec. I) .

Halté, J.F.(1998). L'espace didactique et la transposition. *Pratiques : linguistiques, littératures, didactiques, 97-98,* 171-192.

Houssaye, J. (1988). *Le triangle pédagogique.* Berne : Peter Lang.

Joshua, S. & Dupin, J. J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques.* Paris : Presses universitaires de France.

Le Pellec, J. & Alvarez Violette, M. (1991). *Enseigner l'histoire : un métier qui s'apprend.* Paris : Hachette.

Perennoud, P. (1998). La transposition didactique à partir de pratiques : des savoirs aux compétences. *Revue des sciences de l'éducation, 3(vol. XXIV),* 487-514.

Raisky, C. & Caillot, M. (1996).*Au-delà des didactiques le didactique. Les débats autour de concepts fédérateurs.* Paris : De Boeck université .

Sager, M. (2018). *Impulsions pour la coopération internationale en matière d'éducation. Expériences su système scolaire suisse.* Berne : DDC.

Tavignot, P. (1995). A propos de la transposition didactique en didactique des mathématiques. *Spirale- révue de recherches en éducation, 15,* 31-60.

Vanderbrouck, F. (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octares.

Verret, M. (1975). Les temps des études. Paris : Honoré champion.

Vygotski, L. (1997). *Pensée et Langage*. Paris : La Dispute.

Les annexes

Les 9ème HARMOS

MER 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
FA 3			Les exercices à trous ne sont pas neufs pour les élèves. Il s'agit de trouver la dépendance entre les variables, donc établir l'expression algébrique d'une fonction.
FA4			Il s'agit de définir si la situation présentée correspond au cas de la dépendance fonctionnelle et encore dans le cas où l'élève peut trouver la solution à l'aide des manipulations.
FA 5			Le même que le précédent.
	FA 6		Même si les données ressemblent aux problèmes précédents, ici l'élève ne peut pas modéliser et donc il doit passer à la compréhension globale de la notion.

75 % exercices de type A, 25 % exercices de type B.   Nombre total d'exercices : 4

Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p.134, la série des questions			La série de questions portent sur a définition de la fonction, de l'ensemble de départ, de l'ensemble d'arrivée, les représentations de la fonction, les exemples.
708			La solution porte sur la reconnaissance de la fonction du périmètre de triangle équilatéral en fonction de son côté.
	709		Certaines énoncées doivent être interprétées afin de trouver la réponse notamment 2,4,6
	710		Le même que le cas précédent.
	711		En sachant la formule de l'aire de cercle, il faut dire si l'aire de cercle est la fonction dépendant du rayon de cercle. Il faut définir les E et le D, donc il faut savoir interpréter les conditions d'existence de la fonction (l'enseignement implicite de la notion de continuité de la fonction et des points de discontinuité).
712			Définir si l'aire de rectangle dont les côtés sont 10 cm et x cm représente le cas de la dépendance fonctionnelle. Si oui, trouver son expression algébrique.

50 % exercices de type A, 50 % exercices de type B.   Nombre total d'exercices : 6.

Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p.107 , la série des questions			La série de questions portent sur a définition de la fonction, de l'ensemble de départ, de l'ensemble d'arrivée, les représentations de la fonction, les exemples.
293			La solution porte sur la reconnaissance de la fonction du périmètre de carré en fonction de son côté.
294			La solution porte sur la reconnaissance de la fonction du volume de cube en fonction de son côté.
295			Le même que le cas précédent saut qu'il s'agit d'une dépendance fonctionnelle dans le cas de l'aire de cercle en fonction de son rayon.
	296		Le périmètre d'un rectangle est égal à 16 cm. Les côtés sont égaux à a et b cm. Expliquer si cela représente le cas de la dépendance fonctionnelle. L'expression du périmètre exige l'interprétation des données des énoncés.
	297		Le même que le cas précédent sauf qu'il s'agit de la mesure de deux angles supplémentaires. Donc, il faut d'abord écrire l'expression de la somme de deux angles supplémentaires et ensuite interpréter l'expression afin de trouver l'expression algébrique d'une fonction.
298			Reconnaissance d'une fonction selon la définition
		299	La partie 1 du problème correspond aux calculs faciles à l'aide desquels l'élève doit trouver le nombre dont son carré est donné et dire si cela représente le cas de la dépendance fonctionnelle. La partie 2 correspond à la même tache sauf qu'il s'agit de la fonction de la valeur absolue (une situation qui n'est pas connue des élèves et donc la solution demande la modélisation de la situation).
		300	Il faut modéliser les expressions écrites et déduire si elles sont justes ou fausses.

55.6 % exercices de type A, 22.2 % exercices type B, 22,2 % exercices type C. Nombre total des exercices : 9.

Les exercices sur les différentes représentations d'une fonction et le lien entre eux :

MER 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
FA 7			Les exercices similaires ont été déjà vus en 8.
FA 8			Les données numériques sont déjà données donc il s'agit juste de les poser sur le cartésien.
	FA 9		Il s'agit ici de présenter le tableau de valeurs à l'aide d'un graphique. Trouver sur le graphique les valeurs d'une variable indépendante qui correspondent à 50, 130 et 260

			unités d'une valeur dépendante (vu aussi en 8ème). La partie c de la tache doit associer les données numériques à l'objet du monde réel.
		FA 11	Ici il s'agit de la modélisation d'une situation.
		FA 12	Le même cas précédent.
		FA 13	Il faut mobiliser toutes les connaissances afin d'établir d'abord l'expression algébrique de la fonction, ensuite faire le tableau de valeurs et ensuite dessiner le graphique (donc, les élèves doivent passer par l'étape de modélisation).

33.3 % exercices de type A, 16.7 % exercices de type B, 50 % exercices de type C. Nombre total des exercices 6.

Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
713			Définir si le volume d'un cube représente une dépendance fonctionnelle en fonction de son arrêt. (Cette partie correspond au cas précédent). Trouver la valeur de fonction pour la valeur d'une variable dépendante donnée, et présenter cette situation à l'aide du tableau de valeurs).
714			La même tâche pour le périmètre de rectangle dont les côtés sont égaux à 8 cm et x cm. Trouver la valeur de périmètre si x est égal aux valeurs données.
715			Le même que les deux précédents.
716			Le même que les précédents.
717			Le même que les précédents.
	718		L'idée générale est la même que dans les cas précédents sauf qu'ici les élèves effectuent les calculs avec les nombres relatifs et donc il faut tenir compte des signes.
	719		Le même que le cas précédent
	720		Le même que le cas précédent
	721		Le même que le cas précédent
		722	Il faut modéliser la situation de mouvement de train avec une vitesse constante et trouver l'expression de la distance en fonction du temps. Trouver la distance parcourue en fonction du temps, les valeurs du temps sont indiquées dans les énoncés.
		723	Modélisation d'une situation.
		724	Les élèves doivent trouver l'ensemble de départ (initiation implicite au concept de continuité de fonction et de points de discontinuité).
		725	Le même que le cas précédent.
		726	Les élèves doivent trouver l'antécédant d'une fonction.
		727	Le même que le précédent.

		728	La fonction est donnée par le tableau de valeurs. Les élèves doivent trouver l'expression algébrique de fonction, calculer la valeur d'une fonction pour x, trouver l'antécédent pour les valeurs indiquées, trouver l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée. La difficulté ici se cache dans les deux derniers points.
		729	Le même que le précédent.
	730		Trouver les antécédents et les images.
	731		Trouver les antécédents et les images.
		732	Trouver l'ensemble de départ.
		733	Trouver l'ensemble de départ.
		734	Modélisation d'une situation.
		735	Modélisation d'une situation.
		736	Plusieurs tâches à effectuer.
		737	Plusieurs tâches à effectuer.
		738	Les élèves doivent compléter le tableau de valeurs pour une fonction définie dont l'intervalle est donné par l'inégalité (cela est nouveau pour les élèves). Le pas est défini. Trouver l'image et l'antécédent de 0.
		739	Les élèves font connaissances avec les fonctions qui ont différentes expressions algébriques sur les différents intervalles.
		740	Le même que le cas précédent.
		741	Les élèves doivent trouver la valeur minimale d'une fonction (initiation implicite à la notion de minimum absolu)
P.144 questions théoriques			Les élèves doivent répondre aux questions théoriques, donner les définitions et expliquer les principes de construction des graphiques sur le cartésien.
746			Remplir le tableau à l'aide de graphique.
747			Le même que le cas précédent.
	748		Chaque point de cet exercice n'est pas difficile mais la démarche que les élèves doivent effectuer pour répondre à toutes les questions du problème exige l'association de chaque étape au problème connu isolé et effectué auparavant.
	749		Le même que le cas précédent.
		750	Trouver les zéros d'une fonction sans dessiner le graphique (Initiation implicite à la solution des équations de premier degré à 1 inconnu).
		751	Le même que l'exercice précédent
752			Trouver les valeurs sur le graphique.
	753		Trouver les valeurs sur le graphique. Trouver les intervalles de croissance de la fonction, trouver les intervalles de décroissance, trouver les valeurs pour lesquelles la fonction est négative et celles pour lesquelles la fonction est positive (cette partie est nouvelle pour les élèves).

		754	Sans construire le graphique il faut dire si le point appartient au graphique (cela correspond aux tâches de 10ème Harmos dans le système suisse).
		755	Le même exercice que le précédent.
	756		Le même que le 753.
	757		Le même que l'exercice précédent.
		758	Le graphique de fonction est une ligne irrégulière. Il faut la construire ayant les points sur le cartésien et définir les images et les antécédents.
		759	Le même exercice que le précédent.
		760	Le même exercice que le 750.
		761	Le même exercice que le précédent.
	762		Construire un graphique d'une fonction définie sur un intervalle.
	763		Le même exercice que le précédent.
764			Définir selon la définition si le graphique représente une fonction.
765			A l'aide d'un graphique donné trouver les valeurs numériques.

22 % exercices de type A, 26 % exercices de type B, 52 % exercices de type C. Nombre total d'exercices 50.

Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p. 112 Une série de questions théoriques			Les questions portent sur les représentations d'une fonction. L'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée.
		301	Définir l'ensemble de départ (initiation implicite au concept de continuité de fonction et de points de discontinuité). Trouver la valeur d'une fonction si la valeur de x est donnée.
		302	Trouver l'ensemble de départ. L'exercice comporte une fonction contenant la valeur absolue.
303			Trouver la valeur 'une fonction sachant la valeur de x. En gros il faut compléter le tableau de valeurs.
		304	Trouver les antécédents qui font partie de l'ensemble d'arrivée pour l'intervalle de x donnée.
		305	Les deux parties portent sur l'ensemble de départ, et le lien entre l'expression algébrique et le tableau des valeurs.
		306	Trouver la valeur maximale d'une fonction sur un intervalle (initiation au maximum relatif d'une fonction).

307			Définir si le tableau de valeurs correspond à une dépendance fonctionnelle.
308			Le même exercice que le précédent.
309			Donner l'exemple d'un tableau de valeur qui correspond au cas de la dépendance fonctionnelle et non.
p. 121 Une série de questions théoriques			Les questions portent sur la définition d'un graphique de fonction et sa construction.
310			Construction d'un graphique à l'aide d'un tableau de valeurs donné dans les énoncés.
		311	L'exercice contient plusieurs étapes qui sont faciles mais il faut les réunir pour effectuer l'exercice entièrement.
	312		La fonction est donnée par l'expression algébrique. Il faut la représenter aussi par le tableau de valeurs sur un intervalle connu et ensuite dessiner le graphique.
	313		La formulation telle qu'elle mérite d'être interprétée. Il faut trouver les coordonnées de 4 points appartenant au graphique. Cela revient au tableau de valeurs.
		314	Définir si les points appartiennent au graphique.
315			Trouver les valeurs sur le graphique.
316			Interpréter les énoncés : présenter les coordonnées des points par le tableau de valeurs d'une fonction.
317			Définir quelle situation représente une situation de la dépendance fonctionnelle.
		318	Trouver les intervalles sur lesquels la fonction est positive, négative. Trouver les valeurs de x pour lesquelles la fonction est nulle.
		319	Sans construire le graphique, il faut définir les zéros d'une fonction. (Initiation implicite à la solution des équations de premier degré à 1 inconnu).
		320	Le problème de modélisation.

45.5 % exercices de type A, 9 % exercices de type B, 45.5 % exercices de type C. Nombre total d'exercices 22.

MER 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
	FA 14		Pour les élèves la situation présentée dans le problème ne présente pas une situation de proportionnalité. Leurs premières démarches sont souvent dirigées vers l'addition plutôt que vers la multiplication par le facteur.
	FA 15		L'élève doit être à l'aise avec des outils géométriques de construction afin d'effectuer cette tâche.

	FA 16		Les élèves doivent être capable de remplir le tableau de valeurs d'une fonction et ensuite construire le graphique (donc ils doivent mobiliser les compétences travaillées auparavant).
FA 17			Les élèves doivent dire si la situation représente la proportionnalité. Donc, ici il s'agit d'appliquer la définition de la proportionnalité.
FA 18			Le même exercice que le précédent.
	FA 19		Le même que le précédent sauf que les élèves doivent eux-mêmes effectuer la modélisation.
	FA 20		Le même que l'exercice précédent.
		FA 21	L'exercice contient plusieurs proportionnalités. L'élève doit déduire que la meilleure offre est celle dont 1 kg coûte moins.
		FA 22	Le même type d'exercices. Plusieurs proportionnalités dans un exercice.
FA 23			L'élève doit effectuer le calcul basic.
FA 24			Le même que l'exercice précédent.
		FA 25	Le même que l'exercice 21.
		FA 26	Le même que l'exercice précédent.
		FA 27	Plusieurs proportionnalités.
		FA 28	Plusieurs proportionnalités et ensuite le lien entre le tableau de valeurs de proportionnalité et le graphique.
FA 29			Le même que l'exercice 23.
	FA 30		Plusieurs calculs à effectuer.
FA 31			Le même que l'exercice 23.
	FA 32		Certaines adaptations à effectuer.
FA 33			Le problème porte sur le sens de la proportionnalité.
	FA 34		Problème de complexité moyenne.
	FA 35		Le problème contient implicitement la proportionnalité. Les élèves doivent effectuer les opérations autour de la proportionnalité et non afin de répondre à la question posée.
	FA 38		Plusieurs proportionnalités à comparer.
	FA 39		Le même exercice que le précédent.
FA 40			Le calcul basic.
	FA 41		La difficulté du problème se trouve dans les unités à transformer. Une heure ne contient que 60 minutes mais pas 100, donc les élèves doivent en tenir compte en transformant une heure et quart en langage mathématique.

30.8 % exercices de type A, 46.2 % exercices de type B, 50 % exercices de type C. Nombre total d'exercices 26.

Les élèves apprennent les fonctions affines ainsi que les fonctions linéaires en 7ème. La fonction affine est vue comme le cas particulier de la fonction linéaire $y = kx + b$ quand $b = 0$. La fonction constante est aussi le cas particulier de la fonction linéaire $y = kx + b$ quand $k = 0$.

Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p. 153, questions théoriques			Les questions portent sur la définition de la fonction linéaire et ses propriétés.
769			Les élèves doivent définir si la fonction est linéaire.
770			Le même exercice que le précédent.
771			Les élèves doivent définir si la fonction est une proportionnalité.
772			Le même que l'exercice précédent.
773			Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
	774		Les élèves doivent d'abord modéliser la situation avant de conclure si la situation représente la fonction linéaire.
	775		Le même exercice que le précédent
	776		Le même que le précédent.
		777	Les élèves doivent trouver l'antécédent et l'image des nombres donnés.
		778	Le même que l'exercice précédent.
779			Remplir le tableau à l'aide du graphique.
780			Le même exercice que le précédent.
		781	Trouver les coordonnées de 2 points appartenant au graphique de la fonction donnée (les élèves doivent adapter les données du problème, car l'expression « les points appartenant au graphique » peut être un obstacle langagier pour les élèves.
	782		Les élèves doivent remplir le tableau de valeur d'une fonction et construire un graphique d'une fonction linéaire.
	783		Le même exercice que le précédent.
	784		Le même que l'exercice précédent avec l'étape intermédiaire à effectuer par les élèves. Afin de construire un graphique de la fonction linéaire, il faut connaître les coordonnées de minimum 2 points appartenant au graphique.
	785		Le même exercice que le précédent.
		786	La situation à modéliser contenant les notions de la distance parcourue, la vitesse et le temps.
	787		Définir si la situation représente le cas de la proportionnalité : est-ce que le périmètre du cercle est proportionnel à la longueur de rayon du cercle ? La même question pour l'aire de cercle et le rayon. Les élèves ne sont pas encore à l'aise avec ses formules géométriques. En sachant que la formule n'est pas

			donnée dans les énoncés, les élèves doivent faire les recherches des formules par eux-mêmes.
		788	Les élèves doivent donner deux fonctions distinctes passant par le même point. Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS math- physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre.
	789		Définir les fonctions qui passent par le point défini.
	790		Vérifier si la fonction passe par les points donnés.
	791		Le même exercice que le précédent.
		792	Sans construire le graphique, il faut trouver les zéros de la fonction (initiation à la solution des équations de 1^{er} degré à 1 inconnu).
		793	Le même exercice que le précédent.
794			Construire un graphique de proportionnalité. Les élèves ont vu la propriété que le graphique passe par le point (0,0). Pour le deuxième point, ils doivent définir eux même et ensuite tracer une droite (selon la propriété de graphique d'une fonction affine)
795			Le même exercice que le précédent.
		796	Les élèves doivent construire le graphique, trouver les images et les antécédents, trouver les intervalles où la fonction est positive et négative, les points d'intersection avec des axes.
		797	Le même exercice que le précédent.
		798	Le problème contient le paramètre que les élèves doivent trouver sachant que la fonction passe par le point concret (ce genre d'exercice est étudié en Suisse dans le cadre d'OS math-physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre)
		799	Le même type d'exercice que le précédent contenant le paramètre.
		800	Sans construire le graphique, il faut trouver les points d'intersection du graphique avec des axes (initiation à la solution des équations de 1^{er} degré à 1 inconnu).
		801	Le même exercice que le précédent.
	802		Sachant le point appartenant au graphique de la proportionnalité, il faut définir son expression algébrique.
	803		Le même exercice que le précédent.
		804	Construire le graphique d'une fonction dont les calculs ne sont pas élémentaires.
		805	Construire les graphiques de fonctions et trouver les points d'intersection des graphiques.
		806	Le même exercice que le précédent.
		807	Le problème contenant les paramètres.
		808	Le problème contenant le paramètre.
	809		Trouver la correspondance entre les graphiques de fonctions et leurs expressions algébriques.

		810	La fonction est définie sur un intervalle. Les élèves doivent définir l'ensemble d'arrivée de la fonction.
		811	Sans construire le graphique les élèves doivent définir pour une fonction donnée le point dont l'ordonnée est égale à l'abscisse, dont l'abscisse et l'ordonnée sont les nombres opposés, l'abscisse est deux fois plus petit que l'ordonnée. Initiation à la solution des équations de 1er degré à 1 inconnu).
		812	Construire une fonction définie sur les différents intervalles par différentes expressions algébriques.
		813	Le même exercice que le précédent.

21.7 % exercices de type A, 30.4 % exercices de type B, 47.9% exercices de type C. Nombre total d'exercices 46 .

Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

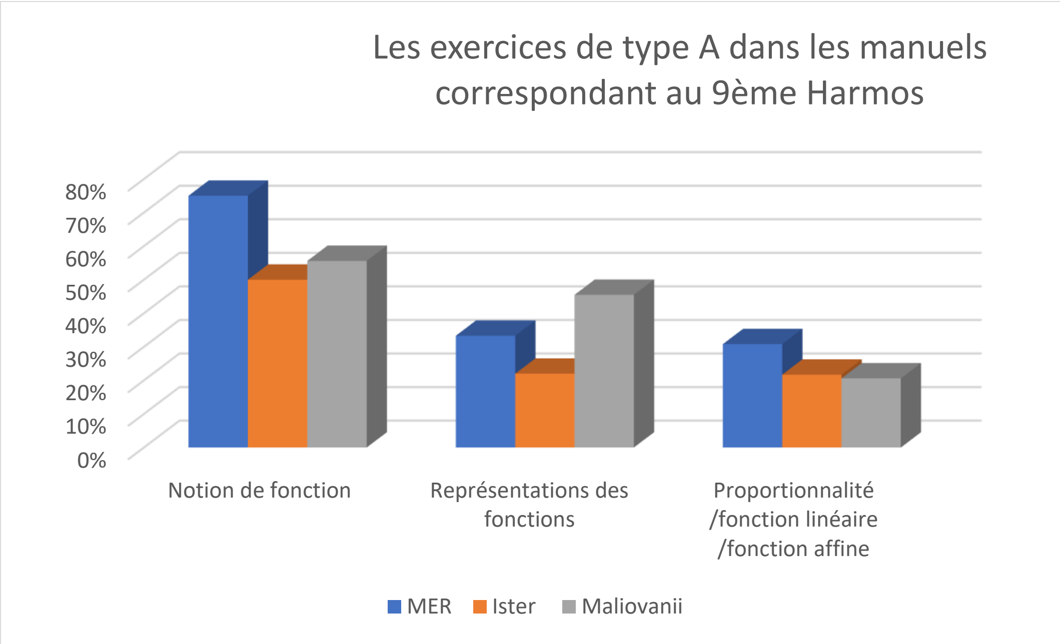
Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p. 131, questions théoriques			Les questions portent sur la définition de la fonction linéaire et ses propriétés.
321			Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
322			Définir si les fonctions sont linéaires.
	323		Construire le graphique de fonction.
	324		Le même exercice que le précédent.
	325		Le même exercice que le précédent.
		326	Construire les graphiques des fonctions et définir les points de leur intersection.
		327	Définir les points d'intersections de graphiques avec l'axe des ordonnées.
		328	Le même type d'exercices sauf qu'il s'agit d'une intersection avec l'axe des abscisses.
		329	Le problème contenant le paramètre (ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		330	Le problème contenant le paramètre. (Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		331	Le problème contenant le paramètre (ce genre d'exercice est étudié en Suisse dans le cadre d'OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		332	Le problème contenant le paramètre. (Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS

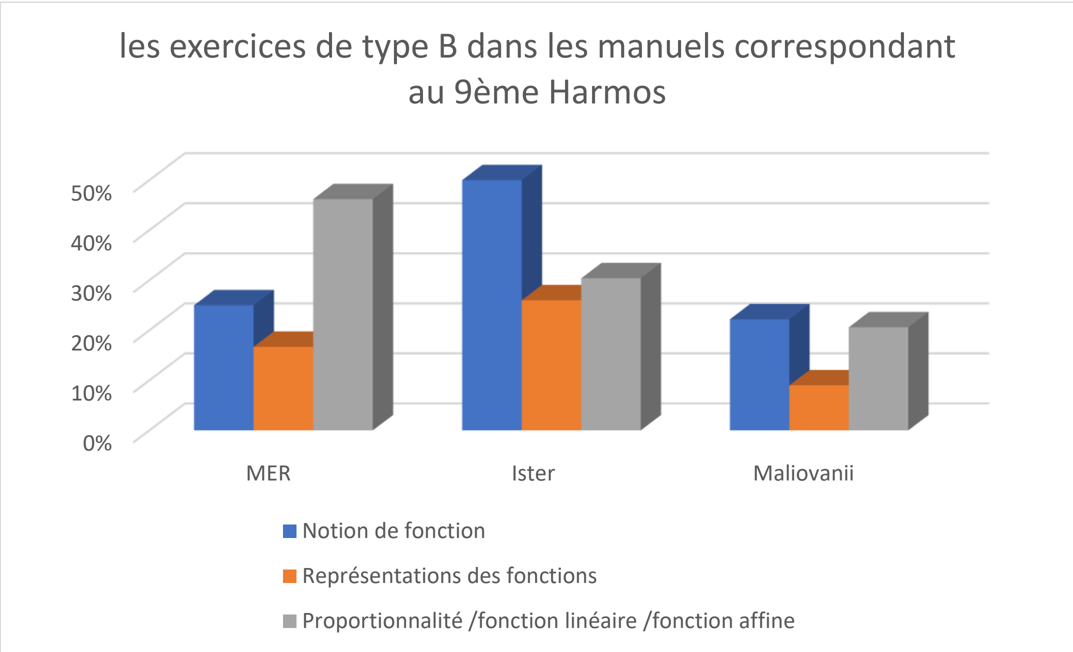
			math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre)
		333	Trouver l’expression algébrique d’une fonction linéaire passant par les points définis.
		334	Un problème contenant la modélisation.
p. 137 les questions théoriques.			Les questions portent sur la définition de la fonction affine, donc de la proportionnalité et ses propriétés.
335			Répondre aux questions concernant les points théoriques.
336			Construire les graphiques des fonctions affines.
337			Le même exercice que le précédent.
	338		Définir si la fonction passe par les points donnés.
		339	Le problème contenant le paramètre.
	340		Trouver l’expression algébrique d’une fonction affine passant par le point donné.
	341		Le même exercice que le précédent excepté une adaptation à réaliser. Les élèves doivent interpréter la phrase suivante : « La fonction passant par l’origine des axes » est égale à la construction de graphe d’une fonction affine selon ses propriétés.
	342		Définir les expressions algébriques des fonctions données graphiquement.
		343	Les élèves doivent construire un graphique de fonction linéaire et ensuite à la base de ce graphique effectuer les transformations afin de construire les autres fonctions.
		344	Trouver les fonctions dont leurs graphiques sont parallèles (ce genre d’exercice est étudié en Suisse dans le cadre d’OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		345	Les élèves doivent trouver les expressions algébriques de trois fonctions parallèles à la fonction donnée (ce genre d’exercice est étudié en Suisse dans le cadre d’OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		346	Trouver les fonctions dont leurs graphiques sont parallèles à la fonction donnée et qui passent par les points donnés. (Ce genre d’exercice est étudié en Suisse dans le cadre d’OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		347	Trouver la fonction passant par les deux points définis. (ce matériel est étudié en 10ème en Suisse)
		348	Trouver la fonction définie graphiquement (ce matériel est étudié en 10ème en Suisse).
		349	Trouver la fonction passant par les deux points définis. (ce matériel est étudié en 10ème en Suisse)
		350	Le problème contient la construction de la fonction contenant la valeur absolue (ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre d’OS math-physique en

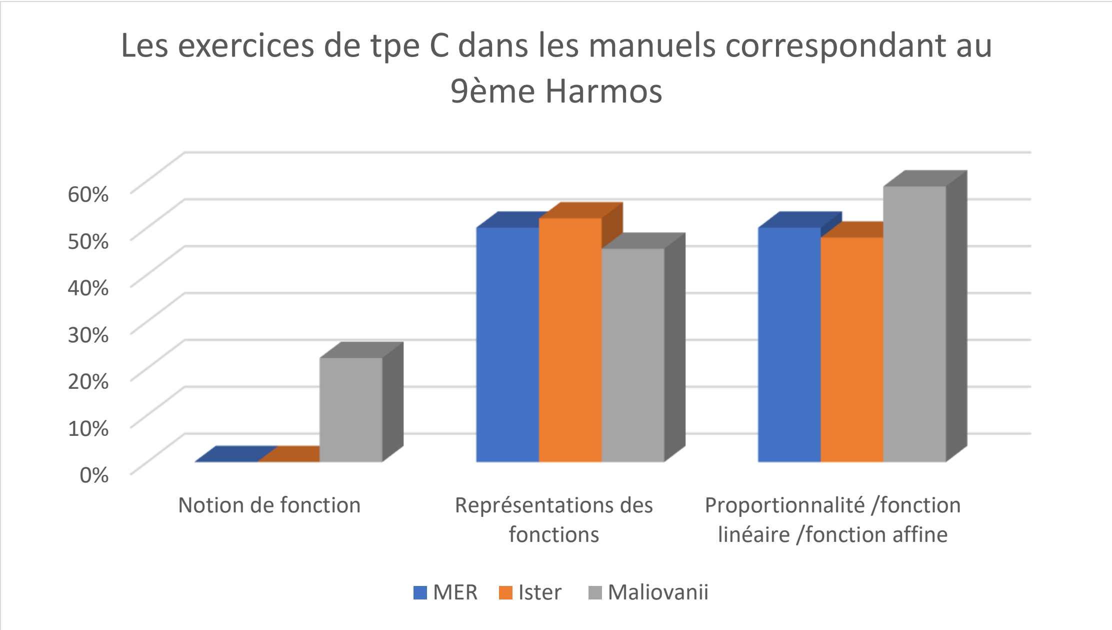
			10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		351	Problème contenant la construction des fonctions contenant la valeur absolue (ce genre d'exercice est étudié en Suisse dans le cadre d'‘OS math-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		352	Le même type exercice que l'exercice précédent.

20.6 % exercices de type A, 20.6 % exercices de type B, 58.8 % exercices de type C. Nombre total des exercices 34.

En total :







Les exercices de révision :

MER 9ème Harmos :

Exercice	Commentaire
p. 84 ex.1	Le problème textuel donnée par le tableau des valeurs. Les élèves doivent construire le graphique et répondre à la série de questions.
p. 85 ex. 2	Le problème est donné par le graphique. Les élèves doivent répondre aux questions.
p.88 ex.1	Les élèves doivent définir si la situation représente la situation de la proportionnalité.
p. 88 ex. 2	Les élèves doivent dire si le tableau donné représente la situation de la proportionnalité.
p.88 ex. 3	A l'aide de calculs liés à la proportionnalité, les élèves doivent répondre aux questions.
p.89 ex. 4	Les élèves doivent modéliser la situation, construire les graphiques et répondre aux questions.

Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercice	Commentaire
p. 159, ex. 1	Les élèves doivent définir les expressions algébriques qui correspondent aux dépendances fonctionnelles.
p. 159 ex. 2	Les élèves doivent nommer fonctions qui correspondent aux fonctions linéaires.
p. 159 ex. 3	Les élèves doivent nommer fonctions qui correspondent aux proportionnalités.
p. 159 ex. 4	Les élèves doivent trouver l'antécédent.

p. 159 ex. 5	Les élèves doivent trouver analytiquement les zéros de la fonction.
p. 160 ex. 6	Les élèves doivent choisir le graphique correspondant à la fonction linéaire donnée.
p. 160 ex. 7	Les élèves doivent trouver l'ensemble de départ de la fonction.
p. 160 ex. 8	Les élèves doivent choisir le point appartenant à la fonction donnée.
p. 160 ex. 9	Les élèves doivent définir le point d'intersection de la fonction avec l'axe des abscisses.
p. 160 ex. 10	Trouver la valeur d'une fonction pour son argument qui est égal à 2. La fonction est définie différemment sur les 3 intervalles.
p. 160 ex. 11	Sachant que le graphique de la proportionnalité passe par le point défini, les élèves doivent choisir un autre point par lequel passe le même graphique.
p. 161 ex. 12	Les élèves doivent trouver le point appartenant au graphique de fonction analytiquement.
p. 161 ex. 1	Les élèves doivent définir les expressions algébriques qui correspondent aux dépendances fonctionnelles.
p. 161 ex. 2	Les élèves doivent nommer les fonctions qui correspondent aux fonctions linéaires.
p. 161 ex. 3	Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
p. 161 ex. 4	L'exercice porte sur la recherche de l'antécédent et de l'image.
p. 161 ex. 5	Le même exercice que le précédent.
p. 161 ex. 6	Trouver analytiquement les zéros de la fonction et dire si la fonction passe par le point.
p. 161 ex. 7	Trouver l'ensemble de départ de la fonction.
p. 161 ex. 8	Construire sur le même cartésien les graphiques de fonctions et ensuite donner les coordonnées de point de leur intersection.
p. 161 ex. 9	Trouver la valeur minimale de la fonction.
p. 161 ex. 10	La fonction est donnée sur l'intervalle. Il faut définir son ensemble d'arrivée.
p. 162 ex. 11	Construire un graphique de la fonction, définir ces zéros, trouver les intervalles où la fonction est positive / négative.
819	Définir si l'aire de carré dépend de son côté. Comment définir cette fonction.
820	Remplir le tableau des valeurs pour les fonctions données (contenant les calculs avec la priorité des opérations)
821	Le problème de modélisation contenant la notion de vitesse, la distance parcourue et le temps.
822	Il faut définir l'ensemble de départ de fonctions contenant la valeur absolue.
823	Construire le graphique d'une fonction et remplir le tableau de valeurs.
824	A l'aide de graphique, les élèves doivent trouver les antécédents et les images, l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée, les zéros de la fonction, les intervalles sur lesquels la fonction est positive / négative.
825	Construire le graphique de fonction contenant la valeur absolue.
826	Les élèves doivent nommer fonctions qui correspondent aux fonctions linéaires et aux proportionnalités.
827	Construire le graphique de fonction.
828	Construire le graphique de fonction, trouver les antécédents et les images, les zéros, les intervalles sur lesquels la fonction est positive / négative.
829	Les deux fonctions linéaires ont des paramètres. Leurs graphiques s'inter sectionnent par un point défini. Les élèves doivent trouver les valeurs manquantes.

830	Le problème de modélisation.

12. Не будуючи графіка функції $y = 3x - 8$, знайдіть таку його точку, у якій абсциса й ордината є протилежними числами.

А) $(-2; 2)$; Б) $(2; -2)$; В) $(4; -4)$; Г) $(-4; 4)$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО § 19 – § 21

1. Які з даних формул задають функцію:

1) $y = x^2 + x$; 2) $y = \dfrac{x-1}{y+2}$;

3) $y = \dfrac{1}{x-8}$; 4) $xy = (x - y)^2$?

2. Чи є лінійною функція, яку задано формулою:

1) $y = 3x - 7$; 2) $y = x^2 - 5$; 3) $y = 4$; 4) $y = \dfrac{1}{2x-4}$?

3. Лінійну функцію задано формулою:

1) $y = -2x + 6$; 2) $y = 7{,}4x$.

Для кожної із цих функцій назвіть коефіцієнти k і l.

4. Функцію задано формулою $y = -2x + 7$. Знайдіть:

1) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 5;

2) значення аргументу, якщо значення функції дорівнює 3.

5. Побудуйте графік функції $y = 2x - 5$. За графіком знайдіть:

1) значення функції для $x = 4$;

2) значення аргументу, при якому $y = -3$.

6. Функцію задано формулою $y = 0{,}8x - 7{,}2$. Не виконуючи побудови:

1) знайдіть нулі функції;

2) з'ясуйте, чи проходить графік функції через точку $(10; 1)$.

7. Знайдіть область визначення функції $y = \dfrac{7}{x^2 - 5x}$.

8. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = -2{,}5x$ і $y = -5$ та знайдіть координати їх точки перетину.

9. Знайдіть найменше значення функції $y = x^2 - 6x + 11$.

Додаткові вправи

10. Функцію $y = 3x - 7$ задано для $-2 \leqslant x \leqslant 5$. Знайдіть область значень цієї функції.

La page de manuel Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos

p. 124 ex.1	Définir si le tableau correspond à une fonction.
p. 124, ex. 2	Définir le caractère de dépendance entre le temps, la vitesse et le temps. Répondre aux questions.
p. 124 Ex. 3	A l'aide tableau construire un graphique. Trouver la valeur maximale et la valeur minimale (initiation implicite aux extremums).
p. 124, ex. 4	À l'aide de l'expression algébrique il faut construire un graphique et répondre aux questions.
p. 125 Ex. 5	Donner les coordonnées de points de graphique et définir l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée.
p. 125, ex. 6	A l'aide d'un graphique trouver les valeurs d'une fonction.
P. 126 ex. 1	Définir si cela correspond au cas de la dépendance fonctionnelle.
P. 126 ex. 2	Le même que l'exercice précédent.
P. 126 ex. 3	Le même que l'exercice précédent.
P. 126 ex. 4	Dessiner le graphique d'une fonction sur un intervalle.
P. 126 ex. 5	Interpréter les données de graphique
P. 126 ex. 6	Définir les points appartenant à la fonction.
p.127 Ex.7	A l'aide de graphique trouver les valeurs, définir l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée.
P. 127 ex. 1	Donner l'expression algébrique d'une fonction définie par le tableau de valeurs.
P. 127 ex. 2	Faire le graphique de la dépendance entre les deux variables qui n'est pas fonctionnelle.
P. 127 ex. 3	Définir l'ensemble de départ.
p. 128 ex. 4	Définir les points appartenant à la fonction.
p. 128 ex. 5	Construire le tableau de valeurs d'une fonction de valeur absolue (8 valeurs) et ensuite son graphique (cette fonction est étudiée seulement lors d'OS math-physique en Suisse romande)
p. 128 ex. 6	A l'aide du graphique définir l'ensemble de départ et d'arrivée, les valeurs maximales et minimales d'une fonction et à quelles valeurs de x correspondent-elles (initiation aux extremums)
p. 128 ex.7.	Définir l'ensemble de départ.
p. 140 ex. 1	Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
p. 140 ex. 2	Les élèves doivent conclure les informations sur la pente de la droite.
p. 140 ex. 3	Les élèves doivent trouver les expressions algébriques de trois fonctions parallèles à la fonction donnée.
p. 140 ex. 4	Les élèves doivent trouver quelques fonctions parallèles à chaque fonction donnée.
p. 141 ex. 5	Les élèves doivent construire les graphiques des fonctions données.

p. 141 ex. 6	Les élèves doivent trouver les points d'intersections des graphiques avec des axes analytiquement (sans effectuer les constructions nécessaires).
p. 141 ex. 1	Les élèves doivent construire le graphique d'une fonction linéaire et ensuite construire un graphique de proportionnalité parallèle à la première droite.
p. 141 ex. 2	Le graphique d'une fonction passe par le point. Il faut trouver le paramètre manquant.
p. 141 ex. 3	Les élèves doivent trouver l'expression algébrique d'une fonction linéaire passant par le point donné parallèlement à une fonction affine donnée.
p. 141 ex. 4	Les élèves doivent trouver l'expression algébrique d'une fonction linéaire passant par le point donné parallèlement à une fonction linéaire donnée.
p. 141 ex. 5	Conclure les propriétés de la fonction.
p. 141 ex.6	Trouver l'expressions algébrique de la fonction passant par le point donné parallèlement à l'axe des abscisses.
p. 141 ex. 1	Le problème porte sur la recherche de paramètres selon différentes conditions.
p. 141 ex. 2	Le problème porte sur la recherche des paramètres sachant que toutes les ordonnées sont égales à 2.
p. 141 ex. 3	Construire les graphiques de fonctions contenant la valeur absolue.

III рівень

1. Яка із залежностей, заданих схематично на рисунках 45, 46, не є функціональною? Відповідь обґрунтуйте.

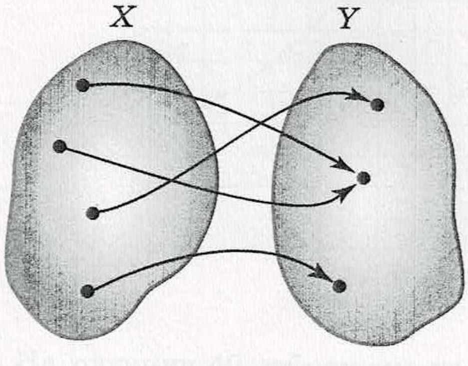


Рис. 45

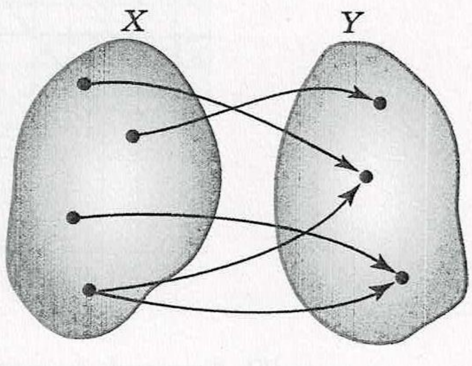


Рис. 46

2. Задайте таблицею залежність між двома змінними, яка не є функціональною.

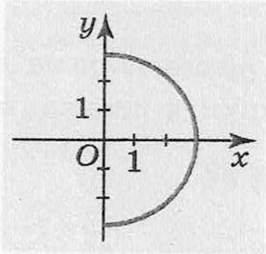


Рис. 47

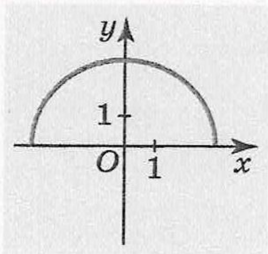


Рис. 48

3. Яке з півкіл, зображених на рисунках 47, 48, може бути графіком функції, а яке — ні? Відповідь поясніть.

4. Побудуйте графік функції $y = x^2 - 3x$, областю визначення якої є множина цілих чисел від –2 до 5 включно.

5. Побудуйте графік функції $y = 2 - x$, визначивши координати шести його довільних точок.

6. Установіть, які з точок $A(2;\ 7)$, $B(1;\ 4)$, $C(-2;\ 5)$, $D(3;\ 11)$, $E(0{,}5;\ 3{,}25)$, $F(0;\ 3)$ належать графіку функції $y = x^2 + 3$.

La page copiée du manuel Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos

La classification des problèmes de la proportionnalité présentés dans le MER :

Exercice	Type
FA 14	Exercice géométrique sur l'agrandissement.
FA 15	Exercice géométrique sur la réduction.
FA 16	Problème contenant plusieurs parties : la proportionnalité simple : quantité de poires : 3 5 Prix 13.50 ? La partition : quantité de poires : 3 ? Prix 13.50 1 La construction du graphique de proportionnalité.
FA 17	Définir si les situations données représentent le cas de la proportionnalité.
FA 18	Définir si les situations données représentent le cas de la proportionnalité.
FA 19	a) La partition b) La situation ne représente pas la proportionnalité. c) La situation ne représente pas la proportionnalité. d) La proportionnalité simple doit passer par la partition. e) La situation ne représente pas la proportionnalité. f) La situation ne représente pas la proportionnalité.
FA 20	La proportionnalité simple.
FA 21	Le problème peut être vu comme le problème de partition soit comme le problème de la proportionnalité simple.
FA 22	La proportionnalité simple.
FA 23	La quotition.
FA 24	La multiplication.
FA 25	La proportionnalité simple.
FA 26	La proportionnalité composée.
FA 27	Le problème peut être vu comme le problème de partition soit comme le problème de proportionnalité simple.
FA 28	La partition.
FA 29	La proportionnalité simple.
FA 30	La proportionnalité simple.
FA 31	La proportionnalité simple.
FA 32	La proportionnalité simple.
FA 33	La situation ne représente pas la proportionnalité.
FA 34	La proportionnalité simple.
FA 35	La quotition.
FA 38	Le problème peut être vu comme le problème de partition soit comme un problème de proportionnalité simple.
FA 39	La proportionnalité simple.
FA 40	La proportionnalité simple.
Fa 41	a. La quotition. b. La multiplication

Le manuel de Merzliak A.G., Polonskii V.B., Yakir M.S. (6ème année scolaire soit 8ème Harmos)

Exercice	Type
p. 112	Les questions théoriques sur la définition de la proportion, ses termes et ses propriétés.
614	Les élèves doivent nommer les termes de la proportionnalité selon la définition.
615	Les élèves doivent écrire les rapports dans les termes de proportionnalité.
616	Les élèves doivent dire s'il est possible de composer la proportionnalité avec les rapports proposés.
617	Le même exercice que le précédent.
618	Le même exercice que le précédent.
619	Le même exercice que le précédent.
620	Les élèves doivent résoudre l'équation (donc l'initiation aux équations) notamment grâce à la règle de trois.
621	Le même exercice que le précédent.
622	1. La proportionnalité simple. 2. La proportionnalité simple. 3. La proportionnalité simple. 4. La proportionnalité simple. 5. La proportionnalité simple. 6. La proportionnalité simple. 7. La proportionnalité simple. 8. La proportionnalité simple.
623	1. La proportionnalité simple. 2. La proportionnalité simple. 3. La proportionnalité simple. 4. La proportionnalité simple. 5. La proportionnalité simple.
624	1. La multiplication. 2. La proportionnalité simple.
625	1. La multiplication. 2. La proportionnalité simple.
626	Les élèves doivent composer la proportion eux-mêmes à l'aide de nombres donnés.
627	Les élèves ont une égalité à la base de laquelle ils doivent construire plusieurs proportionnalités.
628	A la base de la proportion donnée les élèves doivent composer encore 3 autres proportions.
629	Les élèves doivent remplir les trous afin d'établir la proportionnalité.
630	Le même exercice que le précédent.
631	Les élèves doivent résoudre l'équation (donc l'initiation aux équations) notamment grâce à la règle de trois.
632	Le même exercice que le précédent.
633	La proportionnalité composée.
634	La tâche contient plusieurs proportionnalités simples.
635	Le même exercice que le précédent.
636	L'exercice porte sur la compréhension des propriétés de la proportion.
637	Le même exercice que le précédent.

638	Prouver analytiquement les propriétés de la proportion.
639	Quotition.

Les élèves apprennent aussi les rapport contenants les pourcentages et apprennent à résoudre les proportionnalités qui contiennent des pourcentages.

Exercice	Type
p. 118	Les questions théoriques
647	Les élèves doivent trouver les liens entre les nombres et leurs pourcentages
648	Le même exercice que le précédent.
649	Le même exercice que le précédent.
650	1. La proportionnalité simple contenant des valeurs mesurées en %. 2. La proportionnalité simple. 3. La proportionnalité simple. 4. La proportionnalité simple. 5. La proportionnalité simple.

Les élèves apprennent à présenter les suites proportionnelles comme des fonctions affines sans encore avoir l'insertion dans le concept de la fonction mais en tenant compte de liens logiques et numériques entre les deux variables et la dépendance entre elles.

Exercice	Type
p. 126	Les questions théoriques
680	L'exercice de l'agrandissement / de la réduction proportionnel(e).
681	L'exercice de l'agrandissement / de la réduction proportionnel(e).
682	Le problème de multiplication.
683	Problème de proportionnalité simple.
684	Définir si les situations données représentent le cas de la proportionnalité.
685	Remplir le tableau présentant le cas la proportionnalité (peut être vu comme la proportionnalité simple)
686	Le même exercice que le précédent.
687	Le même exercice que le précédent.
688	Le même exercice que le précédent.

Le manuel comporte aussi la séquence sur le partage d'un nombre aux parties proportionnelles.

Exercice	Type
693	Les élèves doivent partager le nombre en deux parties selon le rapport donné.
694	Le même exercice que le précédent.
695	La proportionnalité simple.
696	La proportionnalité simple.
697	Les élèves doivent partager le nombre en deux parties selon le rapport donné.
698	Les élèves doivent partager le nombre en deux parties selon le rapport donné.

699	Le problème géométrique qui porte sur le partage d'un nombre en parties selon le rapport donné.
700	Le problème de construction géométrique qui porte sur le partage d'un nombre en parties selon le rapport donné.
701	La proportionnalité simple.
702	Le même exercice que le précédent.
703	La proportionnalité simple qui doit être composée par les élèves (Les élèves doivent compter la totalité des heures de travail et les mettre en lien avec le payement. Ensuite les élèves doivent construire le problème de la proportionnalité).
704	L'exercice similaire à l'exercice précédent.
705	La proportionnalité composée.
706	La proportionnalité composée.

Виконуємо разом

① У класі всього 27 учнів, двоє з них відсутні. Скільки відсотків становлять відсутні? Скільки відсотків становлять присутні?

● $2 : 27 \approx 0,074$, $0,074 = 7,4\ \%$;
$25 : 27 \approx 0,926$, $0,926 = 92,6\ \%$.

Відповідь. $\approx 7,4\ \%$; $\approx 92,6\ \%$.

Примітка. Другу частину задачі можна виконати простіше: $100\ \% - 7,4\ \% = 92,6\ \%$.

② Робітник за зміну виготовляв 250 деталей, а тепер виготовляє 270 таких деталей. На скільки відсотків зросла його продуктивність праці?

● *Перший спосіб.*
$270 : 250 = 1,08 = 108\ \%$; $108\ \% - 100\ \% = 8\ \%$.

Другий спосіб.
$270 - 250 = 20$ (деталей); $20 : 250 = 0,08 = 8\ \%$.

Відповідь. На 8 %.

Усні вправи

695. Знайдіть 10 % від числа: 120; 6000; 40; 8; 0,7.

696. Знайдіть число, 50 % якого дорівнюють 8; 10; 3000; 1.

697. Виразіть у відсотках відношення:

$3 : 100$; $5 : 10$; $7 : 20$; $13 : 10$; $\frac{7}{100}$; $\frac{3}{50}$; $\frac{61}{10}$.

Рівень А

698. Скільки відсотків становлять:

а) 7 відносно 20; б) $\frac{2}{3}$ відносно $\frac{8}{15}$;

в) $\frac{2}{13}$ відносно $\frac{5}{26}$; г) $1\frac{1}{2}$ відносно $1\frac{1}{5}$?

699. Скільки відсотків становлять:

а) 3 см відносно 5 см; б) 2 см відносно 1 дм;
в) 35 г відносно 1 кг; г) 15 хв відносно 1 год;
ґ) 0,1 м відносно 1 м; д) 0,5 г відносно 1 кг;
е) 9 с відносно 1 год; є) 9 ц відносно 1 т?

La page copiée de manuel Merzliak A.G., Polonskii V.B., Yakir M.S. (6[ème] année scolaire soit 8[ème] Harmos)

Le manuel de Bevz G.P. et Bevz V.G. (6ème année scolaire soit 8ème Harmos) :

Les auteurs de ce manuel proposent de voir le rapport (le ratio) comme une fraction. Les élèves apprennent les propriétés des rapports en s'appuyant aux connaissances sur les fractions : le rapport entre les deux nombres (la fraction) ne change pas si les deux nombres on multiplie soit divise par le même nombre.

Exercice	Type
p. 119	Les questions théoriques.
610	Trouver le rapport entre les deux nombres.
611	Trouver les deux nombres dont le rapport est égal à un nombre donné.
612	Trouver le rapport entre les deux nombres.
613	Le même exercice que le précédent.
614	Le même exercice que le précédent.
615	Le même exercice que le précédent.
616	Le même exercice que le précédent.
617	Le même exercice que le précédent.
618	Le même exercice que le précédent.
619	Le même exercice que le précédent.
620	Simplifier le plus possible le rapport entre les deux nombres.
621	Trouver les rapports entre les deux nombres qui ne contient que les nombres naturels.
622	Le même exercice que le précédent.
623	Le même exercice que le précédent.
624	Définir quel rapport parmi les deux proposés est plus grand.
625	Calculer le rapport en termes des nombres décimaux.
626	Le problème géométrique qui porte sur le partage d'un segment selon le rapport donné.
627	Trouver les nombres dont leur somme est égale à un nombre donné et dont le rapport est égal à un nombre donné.
628	Définir à l'aide des rapports la partie représentante les garçons et les filles par rapport à la classe entière et par rapport les uns vers les autres.
629	A l'aide de l'échelle définie pour la carte, trouver la distance réelle entre les deux villes si la distance sur la carte est égale à 11 cm.
630	Le même exercice que 629.
631	A l'aide de l'échelle donnée, les élèves mesurent les distances d'un croquis, calculent les distances réelles et calculent l'aire de la figure.
632	Les élèvent apprennent à mettre ensemble les deux manières de présenter les échelles sur les cartes.
633	Le même exercice que l'exercice précédent.
p.129	Exercices théoriques sur la définition et les propriétés de la proportionnalité.
660	Trouver si les rapports sont proportionnels
661	Le même exercice que le précédent
662	Exercice sur la définition de la proportionnalité intérieure et la proportionnalité extérieure.
663	Le même exercice que 662.
664	Le même exercice que 662.

665	Expliquer pourquoi les rapports ne correspond pas au cas de la proportionnalité.
666	Vérifier si les rapports correspondent au cas de la proportionnalité.
667	Donner les autres écritures pour la proportionnalité donnée.
668	A l'aide des rapports données, il faut construire 3 proportionnalités.
669	Construire 6 proportionnalités en se basant sur l'écriture donnée.
670	Remplir le trou dans la proportionnalité.
671	Construire la proportionnalité à l'aide de nombres donnés.
672	Trouver un inconnu afin d'établir la proportionnalité.
673	Le même exercice que le précédent.
674	Le même exercice que le précédent.
675	Trouver le nombre en construisant la proportionnalité.
676	Le même exercice que le précédent.
677	Résoudre l'équation (solution des équations de 1er degré à 1 inconnu, les manuels favorisent l'enseignement de la règle de trois).
678	Le même exercice que le précédent.
679	La solution porte sur les propriétés des proportionnalités (les élèves doivent définir si les rapports restent proportionnels au cas où on divise chaque nombre de premier rapport par 3 et du deuxième rapport par 4.)
680	La solution porte sur les propriétés des proportionnalités.
681	Les côtés de deux carrés sont liés par la relation suivante 5 :6. Il faut définir le lien entre les aires et les périmètres des carrés.
682	Trouver la distance entre les deux villes (A et B) si la distance entre une ville (B) et une ville complémentaire (C) est définie et la distance entre AB et BC est définie à l'aide des rapports.
683	Définir la mesure du côté d'un rectangle à l'aide des rapports et des mesures données.
684	Définir si l'affirmation est juste ou fausse en se basant sur les propriétés des proportionnalités.
685	Trouver les mesures d'un champ à l'aide des mesures à effectuées par l'élève et les rapports.
686	En faisant les mesures, définir les mesures manquantes des figures selon l'échelle. Définir le périmètre et l'aire des figures.
687	Prouver les propriétés des proportionnalités.
688	Prouver les propriétés des proportionnalités.
p.135	Les questions théoriques sur le pourcentage et les proportionnalités contenant les pourcentages.
695	Trouver le pourcentage indiqué d'un nombre.
696	Trouver un nombre dont les 50% de ce nombre sont donnés.
697	Présenter à l'aide de pourcentage les rapports donnés.
698	Présenter à l'aide de pourcentage les rapports entre les deux nombres.
699	Le même exercice que le précédent.
700	Définir le pourcentage.
701	Le même exercice que le précédent.
702	Le même exercice que le précédent sauf les élèves doivent préalablement calculer les aires de figures.
703	Le même exercice que 700.
704	Le même exercice que 700.
705	Le même exercice que 700.
706	Remplir le tableau en définissant le pourcentage.

707	Calcul de la valeur à l'aide d'un pourcentage donné.
708	Le même exercice que le précédent.
709	Le problème contenant le pourcentage.
710	Le même que le précédent.
711	Le même que le précédent.
712	Le même que le précédent.
713	Le même que le précédent.
714	Le même que le précédent.
715	Le même que le précédent.
716	Le même que le précédent.
717	Le même que le précédent.
718	Le même que le précédent.
719	Le même que le précédent.
720	Le même que le précédent.
p. 141	Les exercices théoriques sur la définition et les propriétés de la proportionnalité.
726	Les élèves doivent dire si la situation représente la proportionnalité. Donc, ici il s'agit d'appliquer la définition de la proportionnalité.
727	Le même que le précédent.
728	Définir si les liens entre les valeurs représentent la proportionnalité.
729	Répondre à une question théorique en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité.
730	Définir si la situation décrite représente la proportionnalité.
731	Trouver la valeur numérique dans le cas d'une proportionnalité
732	Le même que le précédent mais l'élève doit présenter la réponse à l'aide du tableau de proportionnalité.
733	Le même exercice que le précédent.
734	Le même exercice que 731.
735	Le même exercice que 731.
736	Le même exercice que 731.
737	Le même exercice que 731.
738	Le même exercice que 731.
739	Le même exercice que 731.
740	Trouver la distance réelle entre les villes en sachant l'échelle et la distance entre les villes sur la carte.
741	Le même exercice que 731.
742	Le même exercice que 731.
743	Le même exercice que 731.
744	Le même exercice que 731.
745	Le même exercice que 731.
746	Le même exercice que 731.
747	Le même exercice que 731.
748	Le même exercice que 731.
749	Le même exercice que 731.
p.146	Les questions théoriques sur les proportionnalités et le partage proportionnel d'un segment.
757	Partager un nombre en deux parties selon le rapport indiqué.
758	Le même exercice que le précédent.
760	Le même exercice que le précédent.
761	Trouver les angles aigus dans un triangle rectangle selon le rapport donné.

762	Trouver les mesures des angles supplémentaires selon le rapport donné.
763	Trouver les angles dans un triangle selon les rapports.
764	Partager un segment selon le rapport.
765	Le même exercice que le précédent.
766	Le même exercice que le 757.
767	Le même exercice que le précédent.
768	Le même exercice que le précédent.
769	Le même exercice que le précédent.
770	Problème textuel contenant la proportionnalité.
771	Trouver les valeurs des côtés d'un triangle selon les rapports donnés.
772	Trouver les côtés d'un quadrilatère selon les rapports donnés en ayant la valeur de périmètre de ce quadrilatère.
773	Le même exercice que le 770.
774	Le même exercice que le 757.
775	Trouver les nombres selon les rapports donnés. Le même exercice que le 757.
776	Le même exercice que le 770.
777	Trouver les angles dans un triangle selon les rapports.
778	Trouver les angles dans un triangle selon les rapports.
779	Trouver les nombres selon les rapports donnés.
780	Problème textuel contenant la proportionnalité.
781	Trouver les nombres selon les rapports donnés.
782	Trouver la distance réelle entre les villes en sachant l'échelle et la distance entre les villes sur la carte.

633.• Цукровий буряк, який є найсолодшою коренеплідною рослиною в Україні, накопичує до 25 % цукру, тоді як цукрова тростина — лише 18 %. Скільки тонн цукрової тростини треба переробити, щоб отримати стільки ж цукру, як з 3600 т цукрового буряку?

634.• Щоб зварити 4 порції манної каші, взяли 220 г манної крупи, 960 г молока і 50 г цукру. Скільки потрібно взяти продуктів кожного виду, щоб зварити 18 порцій каші?

635.• Щоб отримати 120 кг мельхіору, треба сплавити 18 кг нікелю, 24 кг цинку, а решту — міді. Скільки кілограмів кожного металу треба взяти, щоб отримати 164 кг мельхіору?

636.•• Чи порушиться пропорція, якщо:

1) обидва члени першого відношення помножити на 8;
2) обидва члени першого відношення поділити на 2, а обидва члени другого відношення помножити на 5;
3) обидва середніх члени поділити на 3,6?

637.•• Чи порушиться пропорція, якщо:

1) обидва члени другого відношення поділити на 4;
2) обидва крайні члени помножити на 10;
3) один з її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 6?

638.* Доведіть, що коли $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:

1) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 2) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

639.* Дев'ять апельсинів коштують стільки гривень, скільки апельсинів можна купити за 1 гривню. Скільки коштують 15 апельсинів?

La page copiée de manuel Bevz G.P. et Bevz V.G. (6ème année scolaire soit 8ème Harmos)

Les 10ème HARMOS

Vu la différence dans les programmes d'enseignement des mathématiques, il est évident que le décalage constaté en 9ème Harmos ne fait qu'augmenter. Donc, nous ne pourrons comparer et construire l'analyse de la 10ème Harmos qu'avec la 8ème année en Ukraine. Certains exercices, notamment ceux qui concernent les fonctions linéaires et affines seront mis en lien avec les exercices analogiques de 7ème année en Ukraine (9ème Harmos). Les exercices contenants la fonction quadratique $y = x^2$ seront être mis en lien avec les exercices analogiques de 8ème année. Le tableau contenant les informations sur la proportionnalité seront étudiés lors de la mise en commun des exercices sur la proportionnalité.

MER :

Exercice	Type	Raisonnement
QSJ	Type B	Les élèves doivent mobiliser toutes les connaissances reçues auparavant. Les taches sont normalement faciles et peuvent aisément appartenir au type A. Mais vu que les élèves les effectuent avant d'aborder le gros de cette séquence.
FA 1	Type C	Le problème de mobilisation dont il faut trouver les expressions algébriques pour chaque cas, ensuite donner les graphiques et répondre aux questions.
FA 2	Type C	Le problème de modélisation qui exige que les élèves fassent l'abstraction de cas concrets et donc les élèves doivent trouver les démarches du programme qui permettent de calculer pour un nombre donné la situation en s'appuyant sur les compétences liées aux fonctions.
FA 3	Type C	Le même type de problème que le précédent.
FA 4	Type C	Le même type de problème que le précédent.
FA 5	Type B	Le sens de problème est plus concret et compréhensible aux élèves. La solution demande moins d'abstractions et donc ce problème est moins difficile que les précédents. Le problème ne demande pas l'écriture de la réponse sous la forme de l'expression algébrique. Néanmoins, afin de pouvoir répondre à cette question, il faut construire la démarche qui puisse correspondre à une fonction : la distance sur la droite = la longueur du tunnel – la distance sur la gauche.
FA 6	Type C	Les élèves doivent trouver les règles pour chaque suite. Les règles sont presque évidentes sauf peut-être la suite d dont chaque nombre suivant met le nombre consécutif au carré. La formulation du problème n'exige pas de présenter la réponse sous la forme d'expression algébrique mais afin de répondre à la question il faut savoir formuler la règle. Par exemple, pour la suite a : afin de trouver le nombre consécutif, il faut ajouter 2 au nombre soit $a_{n+1} = a_n + 2$. La difficulté se cache dans le calcul de 2012ème terme.
FA 7	Type A	Le problème de la boite noire. Les élèves ont vu déjà les problèmes de boites noires en 9ème et ils ont dû trouver les programmes de calculs. Cela amène les élèves à construire les expressions algébriques.

FA 8	Type A	Le même type d'exercice que le précédent.
FA 9	Type B	Les élèves doivent passer de la présentation de la fonction comme un programme à une expression algébrique. Les opérations sont élémentaires en ce qui concerne les calculs. La difficulté peut se cacher dans la deuxième partie de l'exercice qui correspond à la marche arrière et donc les élèves doivent trouver les antécédents de la fonction.
FA 10	Type C	Les élèves doivent mettre en lien le langage mathématique et la langue française. Donc, cela attribue à la compréhension de la mise des parenthèses et de la priorité des opérations lors de la fabrication de la marche à suivre.
FA 11	Type B	Les fonctions sont données par les expressions algébriques. Les élèves doivent remplir les tableaux de valeurs et ensuite dessiner les graphiques.
FA 12	Type B	Le même que le précédent sauf que les données sont présentées autrement. Les élèves doivent trouver les antécédents et les images et donc cela leur permet de tracer les graphiques.
FA 13	Type C	Problème textuel qui demande une étape de modélisation.
FA 14	Type B	Les élèves doivent associer le graphique à une fonction. Donc, ils doivent mobiliser le gros des connaissances sur les fonctions linéaires, affines et constantes : les droites qui représentent le graphique de la fonction constante doit être parallèle à l'axe OX et ensuite on doit connaître la forme d'expression algébrique pour cette fonction. En ce qui concerne la fonction linéaire on doit connaître la forme de son expression algébrique et le fait que le graphique de la fonction linéaire est la droite qui passe par le point d'origine. Ensuite, on élimine la courbe et l'associe à une fonction quadratique. La dernière droite ne passe pas par le point d'origine et donc correspond à une fonction affine.
FA 15	Type B	Le même principe que le précédent. Les fonctions sont données par les graphiques. En trouvant les points donnés dans les différents tableaux de valeurs il faut associer le tableau de valeurs à un graphique et ensuite trouver les coordonnées manquantes. Même si le principe de lien entre les trois présentations de la fonction est gardé, le problème est plus difficile du point de vue de recherche car il ne faut pas se tromper avec les coordonnées dans le plan.
FA 16	Type A	Afin de répondre aux questions il faut connaître les définitions de la fonction affine, linéaire et constante et les connaissances de base sur leurs graphiques.
FA 17	Type A	Le même type de problème que le précédent.
FA 18	Type B	Le principe est le même. Sauf que les connaissances théoriques ne sont pas suffisantes pour obtenir les réponses complètes. Les élèves doivent trouver les critères pour distinguer les deux fonctions quadratiques et les deux fonctions constantes données par les graphiques dont les propriétés sont identiques.
FA 19	Type A	Le même type d'exercices que FA 17.
FA 20	Type A	Le même exercice que le précédent. Le problème contient la difficulté : il faut distinguer le graphique de la fonction $y = 2x$ et le graphique de la fonction $y = \frac{x}{5} = \frac{1}{5}x = 0{,}2x.$ Les deux fonctions sont linéaires et donc les deux graphiques passent par le point d'origine. Mais une

		fonction croît plus vite que l'autre grâce au facteur de linéarité. Donc, cette conclusion peut être déduite de la définition de la fonction et de coefficient de linéarité et les propriétés de graphique de la fonction.
FA 21	Type A	Le problème ressemble au problème de la boite noire, donc il faut trouver le coefficient de linéarité et exclure le cas qui ne correspond pas au cas de dépendance proportionnelle.
FA 22	Type A	Le même type d'exercice que le précédent sauf que le problème n'est pas formulé comme le problème de la boîte noire. Les données sont sous la forme des cordonnées de points d'une fonction. Il faut trouver la règle et exclure la paire dont les coordonnées ne correspondent pas à la règle générale trouvée.
FA 23	Type A	Même chose que l'exercice précédent.
FA 24	Type A	Même chose que l'exercice précédent.
FA 25	Type A	Classer la fonction donnée par son graphique.
Faire le point p. 81	Type B	Mobilisation de toutes les connaissances acquises.
FA 26	Type B	Modélisation de la situation mais cette modélisation est schématique. Elle demande la compréhension du lien entre les événements décrits et la façon dont on peut démontrer cela à l'aide d'un graphique.
FA 27	Type B / Type C	Construire le graphique de la fonction. La deuxième partie porte sur le principe de construction de graphique à partir d'un modèle par les translations géométriques et la symétrie centrale. Donc si cette partie a été explicitée, cet exercice peut être classé comme exercice de type C.
FA 28	Type C	Le même que FA 6.
FA 29	Type A	Les élèves doivent trouver le facteur de linéarité et ensuite trouver les images.

38.7 % exercices de type A, 35.5 % exercices de type B, 25.8 % exercices de type C. Nombre total d'exercices 31.

Afin de pouvoir comparer les types d'exercices proposés aux élèves, j'ai dû me référer au manuel de 7ème (9ème Harmos en Suisse) car les fonctions linéaires et les fonctions affines sont étudiées avec une année de décalage dans les programmes d'études suisses et ukrainiens.

Ister, l'algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p. 153, questions théoriques			Les questions portent sur la définition de la fonction linéaire et ses propriétés.
769			Les élèves doivent définir si la fonction est linéaire.
770			Le même exercice que le précédent.
771			Les élèves doivent définir si la fonction est une proportionnalité.
772			Le même que le précédent.

773			Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
	774		Les élèves doivent d'abord modéliser la situation avant de conclure si la situation représente la fonction linéaire.
	775		Le même que le précédent
	776		Le même que le précédent.
		777	Les élèves doivent trouver l'antécédent et l'image des nombres donnés.
		778	Le même que le précédent.
779			Remplir le tableau à l'aide du graphique.
780			Le même que le précédent.
		781	Trouver les coordonnées de 2 points appartenant au graphique de la fonction donnée (les élèves doivent adapter les données du problème, car l'expression « les points appartenant au graphique » peut être un obstacle langagier pour les élèves.
	782		Les élèves doivent remplir le tableau de valeur d'une fonction et construire un graphique d'une fonction linéaire.
	783		Le même que le précédent.
	784		Le même que le précédent avec une étape intermédiaire à effectuer par les élèves. Afin de construire un graphique de la fonction linéaire, il faut connaître les coordonnées de minimum 2 points appartenant au graphique.
	785		Le même que le précédent.
		786	La situation à modéliser contenant les notions de la distance parcourue, la vitesse et le temps.
	787		Définir si la situation représente un cas de proportionnalité : est-ce que le périmètre du cercle est proportionnel à la longueur de rayon du cercle ? La même question pour l'aire de cercle et le rayon. Les élèves ne sont pas encore à l'aise avec ces formules géométriques. En sachant que la formule n'est pas donnée dans les énoncés, les élèves doivent faire les recherches des formules par eux-mêmes.
		788	Les élèves doivent donner deux fonctions distinctes passant par le même point. Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS maths-physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre.
	789		Définir les fonctions qui passent par le point défini.
	790		Vérifier si la fonction passe par les points donnés.
	791		Le même que le précédent.
		792	Sans construire le graphique, il faut trouver les zéros de la fonction. (Initiation à la solution des équations de 1er degré à 1 inconnu).
		793	Le même que le précédent.
794			Construire un graphique de la proportionnalité. Les élèves ont vu la propriété que le graphique passe par le

			point (0,0). Ils doivent définir eux-mêmes le deuxième point, et ensuite tracer une droite (selon la propriété de graphique d'une fonction affine)
795			Le même que le précédent.
		796	Les élèves doivent construire le graphique, trouver les images et les antécédents, trouver les intervalles où la fonction est positive et négative, les points d'intersection avec des axes.
		797	Le même que le précédent.
		798	Le problème contient le paramètre que les élèves doivent trouver sachant que la fonction passe par un point concret (ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre d'OS maths-physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre.)
		799	Le même type d'exercice que le précédent contenant le paramètre.
		800	Sans construire le graphique, il faut trouver les points d'intersection de graphique avec des axes (initiation à la solution des équations de 1^{er} degré à 1 inconnu).
		801	Même exercice que le précédent.
	802		Sachant le point appartenant au graphique de la proportionnalité, il faut définir son expression algébrique.
	803		Même exercice que le précédent.
		804	Construire le graphique d'une fonction dont les calculs ne sont pas élémentaires.
		805	Construire les graphiques de fonctions et trouver les points d'intersection des graphiques.
		806	Même exercice que le précédent.
		807	Le problème contenant les paramètres.
		808	Le problème contenant le paramètre.
	809		Trouver la correspondance entre les graphiques de fonctions et leurs expressions algébriques.
		810	La fonction est définie sur un intervalle. Les élèves doivent définir l'ensemble d'arrivée de la fonction.
		811	Sans construire le graphique les élèves doivent définir pour une fonction donnée le point dont l'ordonné est égal à l'abscisse, dont l'abscisse et l'ordonné sont les nombres opposés, l'abscisse est deux fois plus petit que l'ordonné. Initiation à la solution des équations de 1^{er} degré à 1 inconnu.
		812	Construire une fonction définie sur les différents intervalles par différentes expressions algébriques.
		813	Le même exercice que le précédent.

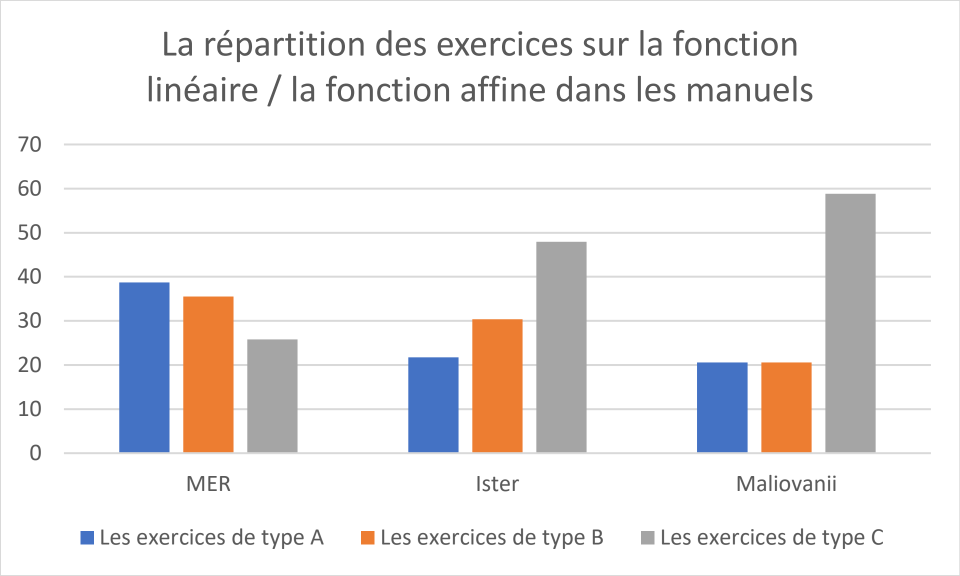
21.7 % exercices de type A, 30.4 % exercices de type B, 47.9% exercices de type C. Nombre total d'exercices 46.

Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 7, qui correspond au niveau de 9ème Harmos :

Exercices de type A	Exercices de type B	Exercice de type C	Commentaires
p. 131, questions théoriques			Les questions portent sur la définition de la fonction linéaire et ses propriétés.
321			Les élèves doivent nommer le coefficient de linéarité et le terme b.
322			Définir si les fonctions sont linéaires.
	323		Construire le graphique de fonction.
	324		Même exercice que le précédent.
	325		Même exercice que le précédent.
		326	Construire les graphiques des fonctions et définir les points de leur intersection.
		327	Définir les points d'intersections de graphiques avec l'axe des ordonnées.
		328	Le même type d'exercices sauf s'il s'agit d'une intersection avec l'axe des abscisses.
		329	Le problème contenant le paramètre (ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l'OS maths et physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		330	Le problème contenant le paramètre (ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l'OS maths et physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		331	Le problème contenant le paramètre. (Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l'OS maths et physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre.)
		332	Le problème contenant le paramètre. (Ce genre d'exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l'OS maths et physique en 10ème lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		333	Trouver l'expression algébrique d'une fonction linéaire passant par les points définis.
		334	Un problème contenant la modélisation.
p. 137 les questions théoriques.			Les questions portent sur la définition de la fonction affine, donc de la proportionnalité et ses propriétés.
335			Répondre aux questions concernant les points théoriques.
336			Construire les graphiques des fonctions affines.
337			Même exercice que le précédent.
	338		Définir si la fonction passe par les points donnés.
		339	Le problème contenant le paramètre.

	340		Trouver l’expression algébrique d’une fonction affine passant par le point donné.
	341		Même exercice que le précédent excepté une adaptation à faire. Les élèves doivent interpréter la phrase suivante : « La fonction passant par l’origine des axes » est égale à la construction de graphe d’une fonction affine selon ses propriétés.
	342		Définir les expressions algébriques des fonctions données graphiquement.
		343	Les élèves doivent construire un graphique de fonction linéaire et ensuite à la base de ce graphique effectuer les transformations afin de construire les autres fonctions.
		344	Trouver les fonctions dont leurs graphiques sont parallèles (ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l’OS maths et physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		345	Les élèves doivent trouver les expressions algébriques de trois fonctions parallèles à la fonction donnée (ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l’OS maths et physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		346	Trouver les fonctions dont leurs graphiques sont parallèles à la fonction donnée et qui passent par les points donnés. (Ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l’OS maths et physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre.)
		347	Trouver la fonction passant par les deux points définis. (Ce matériel est étudié en $10^{ème}$ en Suisse)
		348	Trouver la fonction définie graphiquement (ce matériel est étudié en $10^{ème}$ en Suisse).
		349	Trouver la fonction passant par les deux points définis (ce matériel est étudié en $10^{ème}$ en Suisse).
		350	Le problème contient la construction de la fonction contenant la valeur absolue (ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l’OS maths et physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		351	Problème contenant la construction des fonctions contenant la valeur absolue (ce genre d’exercices est étudié en Suisse dans le cadre de l’OS maths et physique en $10^{ème}$ lors des études sur la fonction contenant le paramètre).
		352	Le même type d’exercice que le précédent.

20.6 % exercices de type A, 20.6 % exercices de type B, 58.8 % exercices de type C. Nombre total d’exercices 34.



MER les exercices sur la proportionnalité (classification selon Vergnaud) :

Exercice	Classification / explication
FA 30	Proportionnalité simple
FA 31	La mise en lien de la proportionnalité avec la fonction linéaire
FA 32	Même exercice que le précédent
FA 33	La proportionnalité simple
FA 34	Selon la solution soit la proportionnalité simple soit la partition.
FA 35	Soit mettre en lien la proportionnalité avec la fonction avec la fonction linéaire soit la proportionnalité simple
FA 36	La mise en lien de la proportionnalité avec la fonction linéaire, ensuite les calculs qui correspondent à la proportionnalité simple.
FA 37	Le même type d'exercice que le précédent.
FA 38	Proportionnalité simple
FA 39	Proportionnalité simple
FA 40	La proportionnalité simple dont les élèves sont sensés trouver les liens internes et externes afin de calculer la valeur manquante.
FA 41	Proportionnalité simple
FA 42	Proportionnalité simple
FA 43	Proportionnalité simple
FA 44	Proportionnalité simple
FA 45	Proportionnalité simple
FA 46	Proportionnalité simple
FA 47	Proportionnalité simple
FA 48	Proportionnalité simple
FA 49	Proportionnalité simple
FA 50	Proportionnalité simple
FA 51	L'échelle. La multiplication/ la quotition
FA 52	L'échelle. La multiplication/ la quotition
FA 53	L'échelle. La quotition
FA 54	L'échelle. La quotition
FA 55	L'échelle. La partition

FA 56	L’échelle. La multiplication.
FA 57	L’échelle. La proportionnalité composée. Les exercices composés contenant la proportionnalité.
FA 58	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 59	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 60	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 61	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 62	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 63	Le problème qui montre le lien entre les 3 registres : l’écriture fractionnaire, le nombre décimal, le pourcentage.
FA 64	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 65	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 66	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 67	La proportionnalité simple.
FA 68	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 69	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 70	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 71	Le pourcentage. La proportionnalité simple.
FA 72	Le pourcentage et la pente. La proportionnalité simple.
FA 73	Le problème composé qui porte sur la pente et le pourcentage.
FA 74	L’échelle, la pente et le pourcentage.
FA 75	La pente
FA 76	Le pente
FA 77	Le pente
FA 78	La proportionnalité simple
FA 79	La proportionnalité composée
FA 80	Le pourcentage
FA 81	La situation non proportionnelle
FA 82	La mise en lien de la fonction linéaire et la proportionnalité simple
FA 83	La mise en lien de la fonction linéaire et la proportionnalité simple
FA 84	Le problème qui porte sur le sens de proportionnalité
FA 85	Le problème composé qui porte sur le sens de la proportionnalité
FA 86	Le problème composé qui porte sur le sens de la proportionnalité
FA 87	La proportionnalité multiple
FA 88	L’échelle. La proportionnalité simple
FA 89	Le problème composé contenant l’échelle, la pente et le pourcentage.

Merzliak, Polonskii, Yakir :

Exercice	Explication / classification
p. 85	Les questions théoriques sur la fonction quadratique : $y = x^2$, l’ensemble de départ, l’ensemble d’arrivée, les extrêmes, la configuration du graphique.
350	La tâche pote sur les recherches de l’image et les recherches de l’antécédent pour la fonction $y = x^2$
351	Sans construire le graphique, les élèves doivent définir si le graphique de la fonction $y = x^2$ passent par les points.
352	Sans construire les graphiques de la fonction $y = x^2$ et de la fonction affine, les élèves doivent déterminer les coordonnées de points d’intersection de ces

	deux fonctions (les élèves doivent interpréter les données : le point d'intersection est le point dont les coordonnées satisfont les équations de deux fonctions. Donc, ils doivent construire l'équation en mettant le signe d'égalité entre les équations de deux fonctions. Donc, ils reçoivent l'équation de 2ème degré à 1 inconnu. Ils sont censés résoudre cette équation à l'aide de discriminants).
353	Les élèves doivent résoudre les équations de 2ème degré à 1 inconnu graphiquement. Donc, ils font la démarche à l'envers par rapport à la démarche de l'exercice 352. Ils interprètent les deux parties de l'équation comme les deux fonctions dont l'une est une fonction quadratique, ensuite ils construisent les deux graphiques dans le même plan et ensuite ils cherchent les coordonnées des points d'intersection de deux graphiques. Ensuite, ils retournent du registre géométrique au registre algébrique.
354	Même exercice que le précédent.
355	Même exercice que le précédent sauf que les élèves doivent effectuer certaines autres adaptations : le problème est posé à l'aide d'un système de deux équations à 2 inconnus. Donc, les élèves doivent interpréter chaque équation afin d'obtenir les expressions analytiques pour chaque fonction. Ensuite, ils interprètent la solution du système comme le point d'intersection de deux fonctions.
356	Même exercice que le précédent.
357	Les élèves se rendent compte implicitement pour la première fois de la continuité de la fonction donnée par les différentes expressions sur les différents intervalles. Les élèves doivent trouver l'image de plusieurs valeurs afin de pouvoir ensuite construire le graphique de la fonction.
358	Même exercice que le précédent.
359	Même exercice que le précédent.
360	Même exercice que le précédent.
361	Les élèves doivent construire le graphique d'une fonction avec des particularités de point de vue de la définition de l'ensemble de départ. Les élèves doivent connaitre les formules des identités remarquables et la technique de la mise en évidence du terme commun.
362	Même exercice que le précédent avec les particularités de l'ensemble de départ. Les élèves doivent savoir simplifier le numérateur et le dénominateur afin de définir la fonction.
363	Déterminer l'ensemble de départ de la fonction, l'ensemble d'arrivée, les coordonnées des points d'intersection avec l'axe y (donc les zéros de la fonction). Construire le graphique de la fonction.
364	Résoudre l'équation graphiquement.
365	Même exercice que le précédent.
366	Trouver l'expression algébrique d'une fonction définie à l'aide d'un graphique (les élèves doivent compléter l'expression afin d'obtenir une fonction continue sans les points de discontinuité, même si cela est fait intuitivement et implicitement).
367	Même exercice que le précédent.
p. 135	Les questions théoriques sur la fonction $y = \sqrt{x}$: l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée, les extrêmes, la configuration du graphique.
556	La fonction est définie par l'expression algébrique. Il remplir le tableau des valeurs.

557	La fonction est définie par l'expression algébrique. A. Il faut trouver les valeurs de la fonction ayant les valeurs de x, donc il faut trouver les images de valeurs indiquées. B. Il faut faire le contraire, il faut trouver les antécédents.
558	Sans effectuer la construction de graphique de la fonction $y = \sqrt{x}$, il faut déterminer s'il passe par les points donnés.
559	Déterminer le point par lequel passe le graphique de la fonction $y = \sqrt{x}$.
856	La fonction est définie par l'expression algébrique. Il faut trouver les antécédents et les images de valeurs indiquées.
857	Même exercice que le précédent.
858	Construire le graphique de la fonction homographique contenant la valeur absolue.
859	Construire le graphique de la fonction homographique et le graphique de la fonction affine. Trouver les coordonnées des points de leur intersection.
860	Trouver la valeur de paramètre pour la fonction homographique en sachant qu'elle passe par les points donnés.
861	Construire le graphique de la fonction (définie par la/les fonctions affines dans un/des intervalle(s) et par la fonction homographique dans un autre intervalle).
862	Construire le graphique de la fonction (la construction est précédée par la mise en évidence de facteurs communs et par la simplification. Cette étape influence la détermination de l'ensemble de départ de la fonction et la propriété de la continuité et de non existence de points de discontinuité pour les fonctions indiquées).

327.° Дротяний реостат підключено до блоку живлення (рис. 9). Опір реостата R залежить від положення повзунка й може змінюватися в межах від 0 до 6 Ом. Користуючись графіком залежності сили струму I від опору R за умови, що напруга на кінцях реостата залишається незмінною (рис. 10), визначте:
1) чому дорівнює сила струму, якщо опір дорівнює 2 Ом;
2) при якому значенні опору сила струму дорівнює 3 А;
3) скільки вольт становить напруга на кінцях реостата.

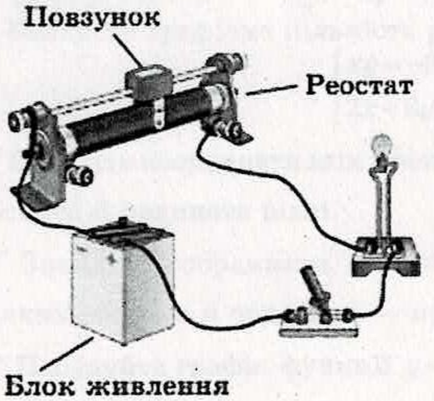


Рис. 9

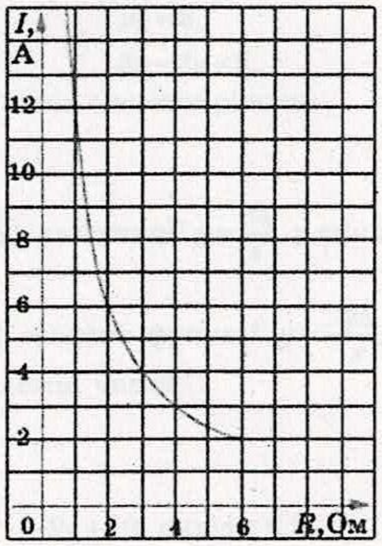


Рис. 10

328.° Знайдіть значення k, при якому графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку:
1) $A\ (-5;\ 4)$; 2) $B\left(\frac{1}{6};\ -2\right)$; 3) $C\ (1{,}5;\ -8)$.

329.° Графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку $A\ (10;\ 1{,}6)$. Чи проходить графік цієї функції через точку:
1) $B\ (-1;\ -16)$; 2) $C\ (-2;\ 8)$?

330.° Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$ та визначте координати точок їхнього перетину.

331.° Розв'яжіть графічно рівняння:
1) $\frac{4}{x} = 4 - x$; 2) $x - 2 = \frac{3}{x}$; 3) $x + 2 = -\frac{5}{x}$.

La page de manuel **Merzliak, Polonskii, Yakir, Algèbre 8ème année :**

O. S. Ister :

Les exercices dans le manuel sont partagés en quatre niveaux : élémentaire, moyen, suffisant, élevé.

Exercice	Explication / classification
p. 92	Les questions théoriques sur la fonction homographique, son ensemble de départ, son ensemble d'arrivée, les extrêmes, la configuration de son graphique, ses propriétés.
366	(Indication à accomplir oralement) Déterminer parmi la liste des fonctions celles qui sont homographiques.
367	Déterminer les fonctions homographiques.
368	Définir les quadrants où se trouvent les graphiques de fonctions homographiques.
369	Calculer l'image de valeur donnée.
370	Même exercice que le précédent.
371	Remplir le tableau de valeurs de la fonction homographique.
372	Même exercice que le précédent.
373	Construire le graphique de la fonction homographique à l'aide d'un tableau de valeur pour les valeurs d'arguments donnés.
374	Même exercice que le précédent.
375	Sans effectuer la construction du graphique, déterminer si le graphique de la fonction homographique passe par les points donnés.
376	Même exercice que le précédent.
377	(Indication à accomplir oralement) Déterminer quelles fonctions passent par le point donné.
378	Problème textuel : déterminer si le lien entre les variables correspond au cas de la fonction homographique.
379	Construire le graphique de la fonction homographique. A l'aide du graphique, il faut trouver les images de valeurs données et les valeurs de x pour lesquelles la fonction est positive / négative.
380	Même exercice que le précédent.
381	Le graphique de la fonction homographique passe par le point. Il faut trouver son expression algébrique.
382	Même exercice que le précédent.
383	La fonction homographique est définie sur l'intervalle. Il faut trouver son ensemble d'arrivée.
384	Résoudre l'équation graphiquement (en construisant les graphiques de deux fonctions : la fonction homographique et la fonction constante, la fonction linéaire et la fonction homographique, la fonction homographique et la fonction affine et ensuite trouver les points d'intersection de deux graphiques pour chaque situation décrite).
385	Même exercice que le précédent.
386	Construire le graphique de la fonction homographique contenant la valeur absolue.
387	Construire une fonction définie sur les différents intervalles par les trois fonctions différentes mais celle-ci reste continue. La notion de la continuité de la fonction est implicite.
388	Le même exercice que le précédent.

389	Construire le graphique de la fonction. L'expression algébrique de la fonction demande certaines adaptations : appliquer les formules des identités remarquables, rassembler les termes semblables, la mise en évidence d'un facteur commun, la simplification de la fraction.
492	Définir les fonctions homographiques. Nommer les quadrants dans lesquels se trouvent les graphiques de chaque fonction.
493	La fonction homographique est définie à l'aide de l'expression algébrique. Sans effectuer la construction d'un graphique, il faut trouver les images de certaines valeurs de l'argument.
494	Construire les graphiques des fonctions homographiques.
495	Le point A appartient au graphique de la fonction homographique. Il faut déterminer si la même fonction passe par les deux autres fonctions.
496	Problème textuel. Présenter à l'aide de l'expression algébrique la situation décrite. Trouver son ensemble de départ. Construire son graphique.
497	La fonction est définie par le graphique. Trouver les images de valeurs données. Répondre aux questions à l'aide du graphique et de l'expression algébrique de la fonction.
498	Sans construire le graphique, il faut trouver les points dont les deux coordonnées ont la même valeur numérique.
499	Sans construire le graphique, il faut trouver si les points des deux coordonnées ont la même valeur absolue mais avec les signes opposés.
500	Construire le graphique de la fonction. L'expression algébrique de la fonction demande certaines adaptations : appliquer les formules des identités remarquables, rassembler les termes semblables, la mise en évidence d'un facteur commun, simplification de la fraction, trouver le même dénominateur pour les fractions contenant les expressions littérales, la mise au même dénominateur.
p. 115	Les questions théoriques sur le graphique de la fonction quadratique et ses propriétés.
501	(Indication à accomplir oralement) Définir le type de graphique pour chaque fonction.
502	Trouver l'image pour les valeurs données pour la fonction quadratique $y = x^2$.
503	Même exercice que le précédent.
504	La fonction quadratique $y = x^2$ est aussi définie par le graphique. À l'aide du graphique il faut déterminer les images et les antécédents de valeurs données.
505	Même exercice que le précédent.
506	Construire le graphique de la fonction $y = x^2$ quand $-1 \leq x \leq 4$.
507	Même exercice que le précédent.
508	Définir si le graphique de la fonction passe par les points donnés.
509	Même exercice que le précédent.
510	Trouver l'ensemble d'arrivée pour les fonctions données.
511	Comparer les images pour les différentes valeurs de x.
512	Résoudre les équations graphiquement : les élèves doivent construire les deux fonctions pour chaque situation : une fonction quadratique et une fonction linéaire, une fonction quadratique et une fonction homographique et ensuite trouver les coordonnées des points d'intersection.
513	Même exercice que le précédent : une fonction quadratique et une fonction constante, une fonction quadratique et une fonction linéaire.

514	Construire le graphique de la fonction. L'expression algébrique de la fonction demande certaines adaptations : appliquer les formules des identités remarquables, rassembler les termes semblables, la mise en évidence d'un facteur commun, simplification de la fraction.
515	Même exercice que le précédent.
697	Construire un graphique de la fonction et ensuite trouver son ensemble d'arrivée.
698	En utilisant le graphique de la fonction (notamment une fonction linéaire), il faut trouver les antécédents et les images de valeurs données.
p. 158	Les questions théoriques sur le graphique et les propriétés de la fonction $y = \sqrt{x}$.
700	Déterminer les images de la fonction $y = \sqrt{x}$ pour les valeurs données.
701	Même exercice que le précédent.
702	En utilisant le graphique de la fonction $y = \sqrt{x},$ il faut trouver les antécédents et les images de valeurs données.
703	Même exercice que le précédent.
704	Sans construire le graphique de la fonction $y = \sqrt{x}$ il faut déterminer si le graphique passe par les points donnés.
705	Même exercice que le précédent.
710	Déterminer l'ensemble de départ de la fonction $y = \sqrt{x}$.
711	Résoudre les équations graphiquement en construisant les graphiques de fonctions suivantes : $y = \sqrt{x}$ et une fonction affine, ensuite il faut déterminer les coordonnées des points d'intersection de deux graphiques.
712	Même exercice que le précédent.
713	Construire les graphiques de fonctions. La première fonction est définie différemment sur les deux intervalles. Même si elle est continue, cela demande l'utilisation des connaissances sur la fonction affine et la fonction $y = \sqrt{x}.$ La deuxième fonction contient les racines carrées mais il faut d'abord mettre la racine carrée en évidence dans le numérateur et ensuite effectuer le simplificateur de la fraction.
714	Même exercice que le précédent.
715	Résoudre les équations graphiquement.

1. Яку функцію називають оберненою пропорційністю?
2. Що є графіком оберненої пропорційності і як він розташований у координатній площині?
3. Які властивості має обернена пропорційність?

1 Початковий рівень

366. (Усно.) Які з функцій є оберненою пропорційністю:

1) $y = \frac{8}{x}$; 2) $y = \frac{x}{8}$; 3) $y = -\frac{x}{2}$; 4) $y = -\frac{2}{x}$;

5) $y = \frac{0}{x}$; 6) $y = 7$; 7) $y = \frac{0{,}0002}{x}$; 8) $y = \frac{0{,}0002}{x^2}$?

367. Випишіть функції, що задають обернену пропорційність:

1) $y = \frac{x}{7}$; 2) $y = \frac{7}{x}$; 3) $y = -\frac{3}{x}$; 4) $y = -\frac{x}{3}$;

5) $y = -9$; 6) $y = -\frac{0{,}01}{x}$; 7) $y = -\frac{0{,}01}{x^2}$; 8) $y = 0{,}01x$.

368. У яких координатних кутах лежить графік функції:

1) $y = \frac{15}{x}$; 2) $y = -\frac{9}{x}$?

2 Середній рівень

369. Обчисліть значення функції $y = \frac{20}{x}$, якщо значення аргументу дорівнює −2; 5; −10; 1.

370. Обчисліть значення функції $y = \frac{12}{x}$, якщо значення аргументу дорівнює −3; 4; −6; 1.

371. Обернену пропорційність задано формулою $y = \frac{100}{x}$.
Перенесіть таблицю в зошит і заповніть її:

x	−50		−20		5	10		
y		−4		1000			5	0,1

La page de manuel O. S. Ister, Algèbre 8ème année

Pourtant MER contient aussi quelques exercices qui évoque la fonction quadratique $y = x^2$.

MER :

Exercice	Explication
FA 14	Les élèves doivent distinguer les fonctions affines/linéaires et constantes dont le graphique est une droite des autres fonctions. Dans l'exercice, on voit la présence de la fonction quadratique contenant le coefficient devant x^2 qui est égal dans ce cas à -2. Donc, les élèves peuvent constater que le signe négatif devant x^2 influence la direction du graphique. Le nombre influence la vitesse dont la vitesse croît.
FA 15	Même chose que l'exercice précédent sauf que la fonction est plus facile car les élèves doivent remplir le tableau de valeurs pour la fonction quadratique.
FA 16	Les élèves doivent savoir identifier les fonctions et savoir les classer. Chaque classe sont des fonctions quadratiques. Les élèves apprennent à distinguer les fonctions quadratiques de la fonction affine, de la fonction linéaire, de la fonction cubique.
FA 18	Les élèves doivent associer les graphiques aux expressions algébriques. Une fonction est élémentaire dont les élèves sont sensés de la mémoriser $y = x^2$. La deuxième fonction contient le terme en plus qui fait déplacer le graphique de la fonction $y = x^2$ dans le plan
FA 19	Les élèves doivent identifier le graphique de la fonction quadratique et le classier/ nommer.
FA 20	Les élèves doivent associer les graphiques avec les expressions algébriques. La fonction quadratique contient le coefficient 0.5 et donc les élèves peuvent apercevoir que la fonction croit plus lentement que $y = x^2$.
FA 25	Le même exercice que le FA 19.

Les 11ème HARMOS

MER :

Exercice	Explication / classification
QSJ Type A	Rappel sur les fonction affines et linéaires : Construire le graphique en se basant sur les tableaux de valeurs, à l'aide de graphiques construits, déterminer si les points appartiennent aux graphiques, donner les coordonnées des points qui se trouvent sur le graphique.
FA 1 Type A	Les fonctions sont données par les tableaux de valeurs. Il faut construire les graphiques.
FA 2 type A	La fonction est donnée analytiquement. Il faut remplir son tableau de valeurs et ensuite construire le graphique.
FA 3 type A	Présenter la situation géométrique en déterminant si la situation présente une dépendance fonctionnelle. Le même problème a été vu en 10ème.
FA 4 type A	Trouver l'expression algébrique de la dépendance fonctionnelle. Calculer les valeurs qui manquent.
FA 5 type A	La fonction est donnée sous la forme de tableau de valeur par les opérations données. Il faut remplir le tableau et écrire l'expression algébrique de la fonction.

FA 6 type A	Etablir la correspondance entre l'expression française et l'expression mathématique.
FA 7 type A	Les 4 fonctions sont données par leurs expressions algébriques (deux fonctions affines, une fonction linéaire, une fonction quadratique $y = x^2$). Il faut remplir les tableaux de valeurs et ensuite construire les graphiques.
FA 8 type A	Les quatre fonctions sont données (une fonction linéaire, quadratique, affine, constante). Il faut trouver les images et les antécédents et ensuite construire les graphiques (les noms des concepts « image » et « antécédent » ne sont pas présents dans la tâche).
FA 9 type A	Le problème textuel. Les élèves doivent interpréter les données textuelles afin de produire l'expression algébrique et pouvoir construire les graphiques. Á l'aide du graphique, répondre aux questions.
FA 10 type A	Lier les graphiques aux expressions algébriques.
FA 11 type A	Classer les fonctions : fonction linéaire, fonction constante, fonction affine. Dire quelle fonction est présentée par la droite.
FA 12 type A	Définir si les dépendances entre les variables correspondent au cas de la fonction linéaire.
FA 13 type A	En sachant qu'il s'agit de la fonction linéaire, il faut barrer les intrus. Même si les élèves n'ont pas encore vu d'écriture pareille, ils savent déjà que la fonction peut être donnée à l'aide de son graphique et donc présentée dans le plan. Cela implique le fait que si point du plan appartient à la fonction, ses coordonnées peuvent être écrites de deux façons différentes comme cela est fait dans les exercices FA 14 et FA 15.
FA 14 type A	Trouver le facteur de linéarité et donner l'expression algébrique d'une fonction.
FA 15 type A	Même exercice que le précédent.
FA 16 type B	Le problème de modélisation. Le même problème vu en $10^{\text{ème}}$ FA 26.
FA 17 type A	Trouver l'image de la fonction
FA 18 type B	L'exercice n'est pas compliqué mais il est plutôt long. Il met en évidence le lien entre plusieurs présentations de la fonction.
QSJ pp. 42-43	Ex. 1 type A : met en évidence plusieurs présentations de la fonction. Ex. 2 type B : dessiner le graphique de la fonction quadratique qui contient le signe $y = -x^2$
FA 19 type B	Le lien entre la présentation graphique, l'expression algébrique, le tableau de valeurs et la démarche de programmation. Les élèves apprennent à trouver les images et les antécédents même si cela n'est pas formulé explicitement.
FA 20 type B	Les élèves doivent classifier les fonctions selon leur type. Ils doivent faire attention et savoir différencier $y = 100x$ et $y = \frac{100}{x}$.
FA 21 type B	Les élèves doivent construire les graphiques de 2 fonctions dont une est affine et l'autre est quadratique qui contient le signe et le coefficient devant x^2.
FA 22 type C	Le problème de modélisation et à la fois celui de recherche de la formule récurrente si elle existe.
FA 23 type C	Même type d'exercice que le précédent.
FA 24 type C	Même type d'exercice que le précédent.
FA 25 type C	Même type d'exercice que le précédent.

FA 26 type C	Les élèves doivent modéliser la situation en s'appuyant d'une part sur la démarche réflexive et 'autre part sur les connaissances de volume de solide. Ensuite ils mettent en correspondance les formules de volumes avec leurs expressions algébriques possibles pour chaque situation et les associer avec le graphique.
FA 27 type C	Même type d'exercice que le précédent.
FA 28 type B	Même s'il s'agit du graphique de la fonction affine, les élèves doivent nommer les différences entre les graphiques présentés et ensuite trouver la situation de vie quotidienne qui correspond à la même allure du graphique (modélisation avec la marche arrière).
FA 29 type A	Le lien entre les trois présentations de la fonction.
FA 30 type C	Les élèves doivent donner l'expression algébrique et compléter le tableau de valeurs de la fonction cubique et de la fonction homogène. Les fonctions n'étaient pas encore vues par les élèves bien que les élèves savent calculer la puissance 3 pour n'importe quel nombre. Pourtant en ce qui concerne la fonction homographique, ils se rendent compte que l'ensemble de départ n'est pas ℝ. Donc, ils voient pour la première fois une fonction qui n'est pas continuée sur ℝ (graphique/expression algébrique/tableau de valeurs).
FA 31 type C	Les élèves doivent construire les graphiques de la fonction cubique et de la fonction homogène. Les fonctions n'étaient pas encore vues par les élèves bien que les élèves sachent calculer la puissance 3 pour n'importe quel nombre. Pourtant en ce qui concerne la fonction homographique, ils se rendent compte que l'ensemble de départ n'est pas ℝ. Donc, ils voient pour la première fois une fonction qui n'est pas continuée sur ℝ (expression algébrique/tableau de valeurs/graphique).
FA 32 type C	Les élèves continuent à s'entraîner avec la fonction cubique et la fonction homographique mais cette fois ils doivent trouver les images et les antécédents et donc ils doivent se rappeler les racines cubiques.
FA 33 type B	Mettre en lien les graphiques avec les expressions algébriques. Donc, il faut juste mobiliser les connaissances sur les affines, les linéaires, les quadratiques et ensuite utiliser les connaissances «fraiches» sur la fonction cubique et la fonction homographique.
FA 34 type B	L'élève doit bien comprendre pourquoi $x = 0$ est exclu de l'ensemble de départ pour la fonction homographique et donc choisir la réponse juste.
FA 35 type C	Les élèves ont vu en 10ème le graphique de la fonction $y = x^2$. Les élèves apprennent les propriétés de la fonction : $y = ax^2$, notamment le signe de a et la vitesse dont la fonction croît ou décroît selon la valeur absolue de a.
FA 36 type B	Les élèves doivent construire la fonction $y = \sqrt{x}$ et se rendre compte de la spécificité de son ensemble de départ ainsi que de caractère particulier de l'ensemble des images (donc l'ensemble d'arrivée). Il est évident que les élèves ont les connaissances nécessaires sur les racines carrées.
FA 37 type B	Les élèves doivent identifier le graphique de la fonction homographique, de la fonction quadratique et de la fonction de racine carrée et ensuite les mettre en lien avec leurs expressions algébriques.
FA 38 type C	Le problème de modélisation qui porte en plus sur les connaissances de formules.

FA 39 type C	Les élèves connaissent les expressions algébriques pour la fonction affine et la fonction linéaire. Les élèves apprennent à calculer le facteur de linéarité en le mettant en lien avec la pente. Le calcul lui-même n'est pas difficile, sauf que la démarche est nouvelle.
FA 40 type C	Même exercice que le précédent. Calcul de la pente.
FA 41 type C	Même exercice que le précédent.
FA 42 type C	Modélisation. Les élèves doivent donner l'expression algébrique de chaque fonction.
FA 43 type C	Comparer les pentes de deux graphiques et ensuite en déduire la vitesse dont les fonctions croissent.
FA 44 type A	Associer le graphique de la fonction à son expression algébrique. En sachant le sens de l'ordonnée d'origine, les élèves peuvent faire les associations.
FA 45 type C	Les élèves déduisent la propriété de fonctions présentées par les droites : les droites sont parallèles si leurs facteurs de linéarité sont égaux. Donner l'expression algébrique de la fonction parallèle au graphique donné et en sachant qu'elle passe par le point dont les coordonnées sont données.
FA 46 type C	Trouver l'expression algébrique des fonctions.
FA 47 type B	Classer selon l'expression algébrique (affine ou linéaire), donner la valeur numérique de la pente, identifier le facteur de linéarité, donner la valeur numérique de l'ordonnée à l'origine, dire si la fonction croît ou décroît selon le signe de facteur de linéarité.
FA 48 type C	Déterminer l'expression algébrique selon le graphique.
FA 49 type C	Les élèves doivent construire dans le plan les points donnés, les droites selon les données et ensuite répondre aux questions sur leur intersection. Ensuite les élèves doivent donner les expressions algébriques de chaque droite. Ils peuvent s'appuyer sur la recherche de la pente et ensuite sur la recherche de l'ordonnée d'origine à l'aide du graphique. Mais ils peuvent aussi utiliser les systèmes d'équations à deux inconnues en sachant par exemple que la droite d_1 passe par les points A et B et donc en substituant les valeurs inconnues x et y par les coordonnées de ces deux points, on arrive à trouver les valeurs de a et b ($y = ax + b$).
FA 50 type C	Les élèves doivent construire les graphiques de fonctions affines en s'appuyant sur l'analyse de signe de coefficient de linéarité et de signe de l'ordonnée d'origine.
FA 51 type C	Les élèves doivent construire les graphiques de fonctions affines en s'appuyant sur l'analyse de signe de coefficient de linéarité et de signe de l'ordonnée d'origine.
FA 52 type B	Les élèves doivent bien distinguer la droite passant par le point d'origine donc celle qui correspond à la fonction linéaire. Ensuite ils doivent savoir que le signe négatif du coefficient de linéarité correspond à la fonction décroissante et donc savoir identifier sa direction. La même chose pour le signe positif qui correspond à la fonction croissante. En ce qui concerne la fonction affine, ils doivent tout d'abord définir la direction (donc le signe du coefficient) et ensuite à l'aide du terme b (l'ordonnée de l'origine) notamment son signe et associer le graphique à l'expression algébrique. Le problème contient un piège : parmi les expressions algébriques il y a une fonction quadratique.
FA 53 type B	Les élèves ont le modèle de graphique d'une fonction affine. En s'appuyant sur les propriétés de coefficient de linéarité et de l'ordonnée

	d'origine, les élèves doivent construire les graphiques d'autres fonctions à l'aide de transformations géométriques (la translation et la symétrie centrale).
FA 54 type B	Les problèmes similaires ont été vus en 9ème et en 10ème.
FA 55 type B	Même problème que le précédent.
FA 56 type C	Problème de modélisation.
FA 57 type C	Problème de modélisation.
FA 58 type C	Problème de modélisation.
FA 59 type C	Problème de modélisation.
FA 60 type C	Les élèves ont vu auparavant les propriétés du graphique $y = ax^2$. En analysant les graphiques donnés il faut déduire les propriétés et le sens de terme b pour la fonction $y = ax^2 + b$. Ensuite les élèves passent à un cas plus compliqué $y = ax^2 + bx + c$
FA 61 type C	La difficulté se cache dans la recherche de l'expression algébrique de la fonction de type $y = ax^2 + bx + c$
FA 62 type C	Problème de modélisation.
FA 63 type C	Problème de modélisation
FA 64 type C	Problème de modélisation.
FA 65 type C	Problème de modélisation.
FA 66 type C	Les élèves doivent donner les expressions de fonction selon le nombre de conditions posées.
FA 67 type B	La recherche de la pente, que les élèves ont déjà vu auparavant.
FA 68 type C	Modélisation de formule de la pente.
FA 69 type C	Le problème de modélisation.
La proportionnalité	
FA 70	Dire si la situation présentée graphiquement est proportionnelle.
FA 71	La pente
FA 72	La proportionnalité simple / le même que FA 70.
FA 73	L'échelle
FA 74	La proportionnalité simple
FA 75	La pente
FA 76	L'échelle
FA 77	L'échelle
FA 78	L'échelle
FA 79	Le pourcentage
FA 80	Le pourcentage
FA 81	Le pourcentage
FA 82	L'échelle
FA 83	La pente
FA 84	La pente
FA 85	La proportionnalité simple
FA 86	Agrandissement / la proportionnalité simple
FA 87	La proportionnalité composée
FA 88	La proportionnalité simple
FA 89	La proportionnalité simple + les calculs de périmètre et d'aire d'un rectangle, question sur le lien proportionnel entre le côté d'un rectangle et son aire.
FA 90	La proportionnalité simple
FA 91	Le pourcentage / la proportionnalité simple

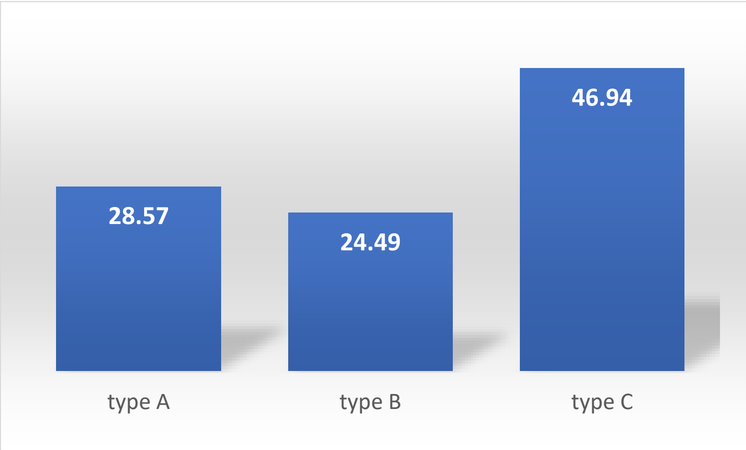
FA 92	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 93	L’échelle / la multiplication / quotition
FA 94	L’échelle / quotition
FA 95	L’échelle / partition
FA 96	Le pourcentage
FA 97	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 98	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 99	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 100	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 101	Le pourcentage / la proportionnalité simple
FA 102	Le pourcentage/ la proportionnalité simple
FA 103	Le pourcentage/ la proportionnalité simple
FA 104	Le pourcentage / la proportionnalité simple
Les fonctions et leurs applications	
FA 105 type B	Le problème de modélisation, les élèves apprennent les liens entre le temps/ la vitesse et la distance.
FA 106 type A	Le problème de modélisation, l’application de la formule et les conversions de temps
FA 107 type A	Même exercice que le précédent
FA 108 type B	Le problème ressemble au précédent avec plusieurs conversions et des comparaisons
FA 109 type C	Calcul de la moyenne, cet exercice est nouveau pour les élèves
FA 110 type B	Calcul de la vitesse, conversions, comparaisons.
FA 111 type B	Le problème contient la moyenne
FA 112 type C	Répondre aux questions grâce au graphique dont une partie est linéaire et l’autre correspond à la fonction constante. Cependant, afin de répondre à la question 1, les élèves doivent appliquer la formule qui lie la distance, la vitesse et le temps.
FA 113 type A	Les calculs de base pour trouver une des valeurs grâce à la formule distance = temps $\times$ vitesse et les formules consécutives : $v = \frac{D}{T}$ et $T = \frac{D}{v}$.
FA 114 type A	Calcul à l’aide de formules
FA 115 type C	Le calcul de la pente + calcul de la distance
FA 116 type C	La proportionnalité et le calcul de la moyenne
FA 117 type A	La conversion des unités et le comparaison
FA 118 type C	Trouver l’expression algébrique de la fonction linéaire et ensuite comparer le facteur de linéarité. Cela permet de classer dans l’ordre croissant les graphiques.
FA 119 type A	Calcul selon les formules / les conversions
FA 120 type A	La proportionnalité simple
FA 121 type C	Les calculs selon la formule de la masse volumique (cette notion est nouvelle pour les élèves)
FA 122 type C	Même exercice que le précédent
FA 123 type C	Même exercice que le précédent
FA 124 type A	Calculs d’entraînement de la formule de la masse volumique.
FA 125 type B	Le problème de modélisation
FA 126 type A	Les conversions
FA 127 type B	Les calculs, les conversions, la proportionnalité simple

FA 128 type B	Les calculs qui exigent les calculs supplémentaires
FA 129 type C	Le problème de modélisation
FA 130 type C	Le problème de modélisation avec la déduction de la formule à l'aide du théorème de Pythagore
FA 131 type A	La proportionnalité simple
FA 132 type A	Calculs des vitesses selon les formules et comparer les nombres
FA 133 type C	Déterminer le lien de proportionnalité entre les valeurs
FA 134 type B	Calculs d'entraînement de la formule de la masse volumique. Les calculs contiennent les valeurs notées avec l'écriture scientifique.

28.57 % exercices de type A, 24.49 % exercices de type B, 46.94 % exercices de type C.

Nombre total d'exercices 98.

Le graphique suivant montre la répartition des exercices dans le MER :



Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 9, qui correspond au niveau de 11ème Harmos :

Exercice	Explication / classification
p.65	Les questions théoriques de rappel de la définition de la fonction linéaire et de la fonction affine, sur la définition de la dépendance fonctionnelle, et les exemples de la dépendance fonctionnelle.
p.67	Les questions de rappel théoriques sur les fonctions.
159	La fonction quadratique est présentée sous la forme de $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$. Trouver l'image de la valeur donnée.
160	La fonction quadratique est présentée sous la forme de $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$. Trouver les antécédents de valeurs données (insertion des méthodes de solutions des équations de 2ème degré à 2 inconnus. Il n'est pas indiqué de trouver l'antécédent à l'aide de graphique donc sous-entendu que la solution doit être effectuée algébriquement).
161	Les deux fonctions sont données : la fonction quadratique $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ et la fonction affine. Résoudre l'équation qui met en équivalence les deux fonctions.
162	Même exercice que l'exercice 160.
163	Les élèves doivent trouver l'expression algébrique de la fonction quadratique dont les zéros de cette fonction sont donnés.

164	Trouver l'expression algébrique de la fonction dont l'image n'est jamais égale à zéro.
p.67	Questions théoriques de rappel des propriétés de la fonction et du graphique de la fonction quadratique $y = x^2$.
165	(Oralement) En partant du graphique de la fonction $y = x^2$ trouver les moyens de pouvoir construire les graphiques donnés.
166	Trouver et écrire les coordonnées de sommet des paraboles données.
167	Trouver les expressions algébriques de fonctions algébriques après les translations.
168	Trouver l'expression algébrique de la fonction qui passe par les points donnés.
169	Construire le graphique de la fonction quadratique en trouvant les coordonnées de sommet de la parabole et les coordonnées de 6 autres points.
170	Construire le croquis de la parabole et découper la parabole afin de recevoir le modèle pour les constructions suivantes.
171	Les fonctions sont données graphiquement. Trouver sur le graphique les points d'intersection des paraboles avec l'axe OX et l'axe OY.
172	Construire sur le même plan les graphiques de fonctions données si l'ensemble de départ est présenté à l'aide des inéquations.
p. 73	Les questions théoriques sur la construction d'un graphique $y = (x + m)^2$ à l'aide de transformations géométriques.
173	(Oralement) Décrire la démarche qui aide à passer du graphique de la fonction $y = x^2$ au graphique $y = (x + m)^2$ si m est un nombre donné.
174	Trouver les coordonnés de sommet de chaque parabole.
175	Déterminer l'équation de la droite qui correspond à l'axe de symétrie pour chaque parabole donnée.
176	Construire le graphique de la fonction donnée graphiquement.
177	Trouver l'expression algébrique de la fonction quadratique obtenue par les transformations géométriques de la fonction $y = x^2$.
178	Donner la fonction analytiquement en sachant que c'est une parabole avec l'axe de symétrie donnée aussi analytiquement.
179	Donner l'expression algébrique de la parabole dont elle a été obtenue par les transformations algébriques de la parabole $y = x^2$.
180	Le même exercice que le 172.
p. 76	Les questions de contrôle sur la compréhension de la théorie qui porte sur la construction d'un graphique de fonction $y = (x + m)^2 + n$
181	(Oralement) Décrire la démarche qui aide à passer du graphique de la fonction $y = x^2$ au graphique $y = (x + m)^2 + n$ si m et n sont des nombres donnés.
182	Le même exercice que le 179 (l'expression algébrique de la fonction quadratique).
183	Le même exercice que le 166 (les coordonnées de sommet de la parabole).
184	Le même exercice que le 175 (l'expression algébrique de l'axe de symétrie).
185	Construire le graphique de la fonction à l'aide de transformations géométriques et le modèle de la parabole $y = x^2$ découpé lors de l'exercice 170.
186	Déterminer la démarche de construction du graphique de la fonction en utilisant le graphique de la fonction donnée.

p. 80	Les questions théoriques qui portent sur la compréhension de la partie théorique de la fonction $f(x) = ax^2$.
187	(Oralement) Déterminer l'axe de symétrie pour une parabole et les quadrants où se trouvent les paraboles données.
188	Déterminer les fonctions dont leur graphique est symétrique par rapport à l'axe d'abscisse.
189	Dans le même plan construire les graphiques de fonctions données à l'aide du tableau de valeurs pour chaque fonction.
190	Le même exercice que le 172 (construction du graphique de la fonction).
191	Les fonctions sont données graphiquement. Comparer les valeurs de coefficient a.
p. 84	Les questions théoriques qui portent sur la compréhension de la théorie de construction d'un graphique de fonction $y = a(x+m)^2 + n$
192	Indiquer les transformations qu'on peut utiliser afin de construire le graphique de la fonction. Le même exercice que le 186.
193	Le même exercice que le 179. (L'expression algébrique de la fonction quadratique)
194	Le même exercice que le 183 et le 184 (les coordonnées de sommet de la parabole et l'expression algébrique de son axe de symétrie).
195	Le même exercice que le 185 (construction de graphique de la fonction en utilisant le modèle découpé et transformations géométriques).
196	Ls trois fonctions quadratiques sont données graphiquement en utilisant le modèle découpé. Il faut déterminer l'expression algébrique pour chaque fonction.
197	Le même exercice que le 185.
p. 86	Les questions de rappel sur les graphiques des fonctions quadratiques et des polynômes.
p. 90	Les questions de contrôle sur la compréhension de la théorie qui porte sur la construction d'un graphique de fonction $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.
198	Dessiner le croquis de la fonction en déterminant les coordonnées de sommet et la direction de la parabole.
199	Construire le graphique de la fonction.
200	Même exercice que le précédent.
201	Construire le graphique de la fonction. Trouver sur le graphique les zéros, la valeur minimale de la fonction et les valeurs de x dont la fonction devient positive.
202	Le même principe que l'exercice précédent. Il faut construire le graphique de la fonction et ensuite à l'aide de ce graphique il faut trouver sa valeur minimale, l'image de valeurs données, les valeurs de x dont la fonction devient négative.
203	Même principe que l'exercice précédent.
204	Déterminer la valeur de paramètre pour que le graphique de la fonction passe par les points donnés.
205	Déterminer la valeur de paramètres en sachant qu'une parabole passe par le point A, son sommet est déterminé par le point B.
206	Problème textuel qui porte sur la détermination de l'expression algébrique de la fonction quadratique.
p. 97	Les questions théoriques qui portent sur la compréhension de la théorie : le nombre de zéros pour la fonction quadratique, les extremums, les intervalles

	de monotonie de la fonction, les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction.
207	A l’aide de graphiques des fonctions déterminer les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de la fonction.
208	Construire le graphique de la fonction. À l’aide du graphique, trouver les zéros de la fonction, les intervalles de la croissance et de décroissance de la fonction les extremums.
209	Le même exercice que le précédent.
210	Construire le graphique de la fonction. À l’aide du graphique, trouver la valeur minimale de la fonction, l’intervalle de croissance, les intervalles dont la fonction est négative, les images de valeurs données.
211	Construire le graphique de la fonction. À l’aide du graphique, trouver les zéros de la fonction, les intervalles de croissance et de décroissance, les intervalles dont la fonction est positive, la valeur maximale et la valeur minimale de la fonction.
212	Sans effectuer la construction du graphique, déterminer les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction, sa valeur minimale et sa valeur maximale.
213	Même exercice que le précédent pour les fonctions données.
214	Trouver la valeur maximale de la fonction.
215	Trouver la valeur de produit de deux nombres positifs, dont leur somme est égale à 50. Décrire pourquoi ce problème ressemble-t-il à l’exercice précédent.
216	Présenter le nombre 15 à l’aide de la somme de deux nombres positifs afin que leur produit soit maximal.
217	La somme de deux nombres positifs est égale à 10. Trouver les nombres dont leur somme est égale à 10 et la somme de leurs cubes est minimale.
218	Déterminer les mesures de côtés d’un rectangle dont le périmètre
219	Problème textuel. Même que l’exercice précédent.
220	Problème textuel. Même que le précédent.
221	Problème textuel. L’exercice est de difficulté élevée. La solution est donnée dans le manuel afin d’illustrer la présentation de la solution lors des tests.
222	Le produit de deux nombres positifs est égal à 25. Quelle est leur somme minimale et quelles sont les conditions pour cela ?
223	Le produit de deux nombres positifs est égal à 36. Est-il possible que leur somme soit plus petite que 12 ?
224	Le même principe que le 222 et 223.
p. 101	Le rappel sur les transformations géométriques de graphiques de fonctions.
p. 105	Les questions qui portent sur la compréhension et la théorie sur les transformations géométriques de n’importe quelle fonction.
225	Construire le graphique de la fonction linéaire. À l’aide des transformations géométriques, construire les graphiques des fonctions données.
226	Le même que le précédent.
227	Le même principe que le précédent sauf qu’il faut se baser sur le graphique de la fonction $y = \sqrt{x}$.
228	Déterminer la démarche de construction du graphique de fonction à l’aide de transformations géométriques.

229	Construire le graphique de la fonction de la valeur absolue. Ensuite effectuer les constructions des autres fonctions obtenues de la première à l'aide de transformations géométriques.
230	Construire les graphiques de fonctions contenantes la valeur absolue.
231	Construire les graphiques de fonctions données en se basant sur le modèle de la fonction $y = x^2$ et le principe de transformations géométriques.
232	Même exercice que le précédent.
233	Même exercice que le précédent.
234	Même exercice que le précédent.
235	Trouver les coordonnées de sommet des paraboles données.
236	Même exercice que le précédent.
237	Même exercice que le précédent.
238	Même exercice que le précédent.
239	Déterminer l'expression algébrique de la fonction en partant de $y = x^2$ à l'aide des transformations géométriques.
240	Donner la fonction analytiquement selon les données.
241	En sachant que le graphique d'une fonction passe par le point A, il faut trouver son expression algébrique.
242	Donner l'équation de l'axe de symétrie pour chaque parabole et sa direction.
243	Même exercice que le précédent.
244	Même exercice que le précédent.
245	Même exercice que le précédent.
246	Trouver l'expression algébrique de la parabole à l'aide des transformations géométriques indiquées.
247	Les fonctions sont données graphiquement. A l'aide de modèle $y = x^2$ et le principe de transformations géométriques, il faut déterminer l'expression algébrique de chaque parabole.
248	En utilisant le modèle et le principe de transformations géométriques il faut construire les graphiques de fonctions suivantes.
249	Construire le croquis de graphique en calculant auparavant les coordonnées du sommet et en définissant sa direction.
250	Construire le graphique de la fonction.
251	Même exercice que le 248.
252	Pour les fonctions données, il faut définir les coordonnées de l'intersection avec des axes, les coordonnées du sommet, les intervalles de croissance et de décroissance, la valeur maximale et la valeur minimale.
253	Construire le graphique de la fonction. Trouver les zéros de la fonction, les coordonnées d'intersection avec l'axe OY, les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance.
254	Le même que le précédent + la valeur maximale et l'équation de l'axe de symétrie de la parabole.
255	Trouver la valeur de paramètre en sachant que la valeur maximale de la fonction est égale à 0.5.
256	Le même que le précédent sauf que cette fois-ci il s'agit de la valeur minimale.
257	Le même que le précédent sauf qu'on connait la valeur de l'extrême.
258	Trouver la valeur de paramètre en sachant que la parabole passe par le point donné.
259	Trouver les valeurs de paramètre en tenant compte des données.

260	Trouver la valeur de paramètre ayant l'équation de son axe de symétrie.
261	Construire le graphique de la fonction.
262	Construire le graphique de la fonction quadratique contenant la valeur absolue. À l'aide du graphique, il faut trouver les zéros de la fonction, les intervalles de croissance et de décroissance et sa valeur minimale.
263	Résoudre le problème textuel.
264	Résoudre le problème textuel contenant la notion de vitesse.
p. 112 ex. 1	Déterminer les expressions algébriques données graphiquement.
p. 112 ex. 2	La fonction est donnée analytiquement. Trouver les images de valeurs données.
p. 112 ex. 3	La fonction est donnée analytiquement. Trouver les antécédents de valeurs données.
p. 113 ex. 4	Déterminer la démarche de construction des graphiques en utilisant le modèle et le principe de transformations géométriques.
p. 113 ex. 5	Donner l'équations de l'axe de symétrie de parabole.
p. 113 ex. 6	Lister les transformations géométriques qui permettent de dessiner les graphiques en partant du modèle $y = x^2$.
p. 113 ex. 7	Trouver les coordonnées de sommet et l'équation de l'axe de symétrie pour les paraboles données.
p. 113 ex. 8	À l'aide du graphique, il faut identifier les coordonnées de la parabole et les intervalles de la croissance de la fonction et de décroissance, les zéros.
p. 113 ex. 9	À l'aide de modèle $y = x^2$ il faut construire le graphique des fonctions données.
p. 114 ex. 1	Trouver l'expression algébrique qui est obtenue par les transformations géométriques de modèle $y = x^2$.
p. 114 ex. 2	Trouver la valeur de paramètre pour que le graphique de la fonction passe par le point indiqué.
p. 114 ex. 3	Trouver les coordonnées de sommet pour chaque parabole.
p. 114 ex. 4	En se basant sur le graphique de la fonction, il faut déterminer les intervalles où la fonction est positive et les intervalles où la fonction est négative.
p. 114 ex. 5	Trouver les intervalles de la croissance et de décroissance.
p. 114 ex. 6	Un utilisant le modèle il faut construire les graphiques donnés.
p. 114 ex. 1	Déterminer l'expression algébrique de la fonction quadratique obtenue de $y = x^2$ par les transformations géométriques.
p. 115 ex. 2	Trouver l'expression algébrique de la fonction quadratique dont son axe de symétrie est une droite donnée par l'équation.
p. 115 ex. 3	Décrire la démarche permettant de construire le graphique de la fonction en se basant sur le modèle donné.
p. 115 ex. 4	Construire le graphique de la fonction. À l'aide de ce graphique il faut déterminer les intervalles où la fonction est négative/positive, les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction.
p. 115 ex. 5	Construire le graphique de la fonction définie sur l'intervalle.
p. 115 ex. 6	Trouver les mesures de côtés d'un rectangle dont le périmètre est donné et dont l'aire doit être maximale.
p. 115 ex. 1	Déterminer l'expression algébrique de la fonction obtenue de modèle par les transformations géométriques.
p. 115 ex. 2	Construire le graphique de la fonction et à l'aide de ce graphique déterminer les intervalles où la fonction croît et décroît.

p. 115 ex. 3	Trouver le paramètre en tenant compte de l’équation de l’axe de symétrie de parabole.
p. 115 ex. 4	Le problème textuel qui porte sur le minimum et le maximum.

Задачі та вправи

225°. Побудуйте графік функції $y = \frac{1}{2}x$. Користуючись цим графіком, у тій самій системі координат побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{2}x + 4$; **б)** $y = \frac{1}{2}(x + 4)$;

в) $y = -\frac{1}{2}x$; **г)** $y = -\frac{1}{2}(x - 4)$.

226°. Побудуйте графік функції $y = -1{,}5x$. Користуючись цим графіком, у тій самій системі координат побудуйте графік функції:

а) $y = -1{,}5(x - 3)$; **б)** $y = -1{,}5x - 3$.

227°. Дано функцію $f(x) = \sqrt{x}$. Задайте аналітично функцію:

а) $f(x) + 6$; **б)** $f(x + 6)$;

в) $f(x) - 3$; **г)** $f(x - 4)$.

228°. Поясніть, яким чином, маючи графік функції $y = \sqrt{x}$, можна побудувати графік функції:

а) $y = \sqrt{x} - 2$; **б)** $y = \sqrt{x} + 4$;

в) $y = \sqrt{x + 1}$; **г)** $y = \sqrt{x - 5}$;

ґ) $y = -\sqrt{x + 1}$; **д)** $y = -\sqrt{x - 5}$.

Побудуйте графіки цих функцій.

229. Побудуйте графік функції $y = |x|$. Виконайте паралельне перенесення цього графіка вздовж осі:

а) ординат на 4 одиниці вниз;

б) абсцис на 3.5 одиниці вліво.

Задайте аналітично функції, графіки яких ви побудували.

230*. Побудуйте графік функції:

а) $y = |3x - 2|$; **б)** $y = |x^2 - 3|$;

в) $y = |4 - x^2|$; **г)** $y = |x^2 - 5x + 6|$;

ґ) $y = -|x^2 - 4x + 4|$; **д)** $y = -|-3x^2 + 4x - 1|$.

La page de manuel Maliovanii, Litvinenko, Boyko, Algèbre 9, qui correspond au niveau de 11ème Harmos

Ister, 2017, Algèbre, 9ème année qui correspond à la 11ème HARMOS :

Exercice	Explication / classification
p. 72	Les questions théoriques de rappel sur la fonction, l'ensemble de départ l'ensemble d'arrivée, le graphique de la fonction
327	Indication de le faire oralement. Déterminer pour la fonction donnée la variable indépendante et la variable dépendente.
328	Trouver les images pour les fonctions
329	Même exercice que le précédent
330	Pour la fonction donnée trouver les images et ensuite calculer leur somme
331	Même exercice que le précédent
332	Même exercice que le précédent
333	Même exercice que le précédent
334	Déterminer l'ensemble de départ
335	Même exercice que le précédent
336	Déterminer l'antécédent
337	Même exercice que le précédent
338	Construire le graphique de la fonction
339	Même exercice que le précédent
340	La fonction est donnée par le graphique. Il faut déterminer les images et les antécédents, la valeur minimale et la valeur maximale sur l'intervalle, l'ensemble de départ.
341	Même exercice que le précédent
342	Déterminer si le graphique de la fonction passe par le point donné
343	Même exercice que le précédent
344	Déterminer l'ensemble de départ
345	Même exercice que le précédent
346	Déterminer les images
347	La fonction affine contient les paramètres. Selon les énoncés, le graphique de la fonction passe par les deux points dont les coordonnées sont connues. Il faut trouver les valeurs de paramètres.
348	Même exercice que le précédent
349	Déterminer l'ensemble de départ
350	Construire le graphique de la fonction
351	Même exercice que le précédent
352	Déterminer l'ensemble de départ et construire le graphique de la fonction
353	Même exercice que le précédent
358	Le pourcentage. Problème textuel
359	Trouver les zéros de la fonction
360	Nommer le graphique de la fonction
361	Construire le graphique de la fonction
362	Le pourcentage. Problème textuel
p. 83	Les questions théoriques sur les zéros de la fonction, les intervalles de croissance, les intervalles de décroissance, les propriétés de la fonction affine, homographique, $y = x^2, y = \sqrt{x}$.
363	Trouver les zéros de la fonction
364	Même exercice que le précédent
365	Déterminer si la fonction est croissante ou décroissante dans son ensemble de départ

366	Même exercice que le précédent
367	La fonction est donnée par le graphique dans un intervalle. Il faut déterminer les zéros de la fonction, les intervalles où la fonction est positive et les intervalles où la fonction est négative, les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance, les valeurs minimales et les valeurs maximales dans un intervalle donné
368	Même exercice que le précédent
369	Trouver les zéros de la fonction s'ils existent
370	Même exercice que le précédent
371	Esquisser le graphique de la fonction pour qu'elle puisse correspondre aux énoncés
372	Construire le graphique de la fonction et décrire ses propriétés
373	Même exercice que le précédent
374	Sans effectuer la construction du graphique, il faut trouver les points d'intersection avec l'axe des abscisses et celui des ordonnées.
375	Même exercice que le précédent
376	Construire le graphique de la fonction et décrire ses propriétés
377	Même exercice que le précédent
378	Trouver le nombre de zéros de la fonction
379	Même exercice que le précédent
380	Même exercice que 376
381	Même exercice que le précédent
p. 94	Les questions théoriques qui portent sur la construction de graphiques en se basant sur le modèle $y = f(x)$: $y = f(x) \pm n, n \geq 0, y = f(x \pm m), m > 0, y = kx, k \neq 1$.
389	Indication de le faire oralement. Indiquer les transformations nécessaires afin de construire le graphique de la fonction en se basant sur le modèle $y = x^2$.
390	Construire dans le même plan les graphiques
391	Même exercice que le précédent
392	La fonction cubique $y = x^3$ est donnée par son graphique. Copier ce graphique dans le cahier. Dans le même plan, il faut construire les graphiques à l'aide des transformations en se basant sur le modèle de graphique copié.
393	Même exercice que le précédent
394	Associer l'expression algébrique avec le graphique
395	Construire le graphique de la fonction
396	Même exercice que le précédent
397	Même exercice que le précédent
398	Même exercice que le précédent
399	Oralement : Associer le graphique avec l'expression algébrique
400	Construire le graphique de la fonction
401	Construire le graphique de la fonction
402	Construire le graphique de la fonction $y = x^2$ et ensuite effectuer les translations indiquées de ce graphique
403	Construire le graphique de la fonction et ensuite nommer les zéros de la fonction, l'ensemble de départ, Les intervalles où la fonction est positive, les intervalles de croissance de la fonction

404	Même principe que le précédent sauf qu'il faut trouver les intervalles où la fonction est négative, les intervalles de décroissance de la fonction
405	Résoudre graphiquement l'équation
406	Même exercice que le précédent
407	Construire le graphique de la fonction
408	Même exercice que le précédent
409	Construire le graphique de la fonction qui contient la valeur absolue. Ensuite résoudre l'équation contenant le paramètre graphiquement en sachant que l'équation doit avoir trois solutions distinctes
413	Le problème de modélisation qui relie les notions physiques suivantes : la vitesse, l'accélération et le freinage
416	Pour la fonction quadratique $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ il faut trouver les images
417	Finir les phrases qui contiennent les informations théoriques sur la fonction $y = x^2$
p. 103	Les questions théoriques sur la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ et les propriétés de son graphique
419	Oralement : déterminer les fonctions quadratiques de type $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$
420	Parmi la liste de fonctions, il faut dire quelles sont les fonctions quadratiques
421	Il faut nommer les fonctions qui ont pour le graphique la parabole
422	Déterminer si le graphique de la fonction passe par les points donnés
423	Même exercice que le précédent
424	Esquisser dans le plan où se trouve le graphique de la fonction
425	Même exercice que le précédent
426	La fonction est donnée par l'expression algébrique et il faut remplir le tableau de valeurs. Ensuite il faut construire le graphique de la fonction. Il faut trouver les images et les antécédents. Il faut déterminer les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction
427	Même exercice que le précédent
428	Sans effectuer les constructions de graphiques, il faut trouver les coordonnées de points d'intersection de la fonction quadratique avec la droite (la fonction constante ou la fonction linéaire)
429	Même exercice que le précédent
430	Déterminer la direction de la parabole, les coordonnées du sommet et esquisser la fonction
431	Même exercice que le précédent
432	Sans construire le graphique, il faut trouver les coordonnées de l'intersection du graphique avec l'axe des coordonnées.
433	Même exercice que le précédent
434	Construire le graphique de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$
435	Même exercice que le précédent
436	Construire le graphique de la fonction de type $f(x) = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$. À l'aide du graphique il faut trouver les images et les antécédents, les zéros de la fonction, les intervalles où la fonction est positive/négative, la valeur maximale et la valeur minimale, les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction
437	Même exercice que le précédent

438	Il faut trouver l'expression algébriques de la fonction quadratique dont on connait les coordonnées de son sommet
439	Il faut construire le graphique de la fonction. À l'aide de graphique, il faut déterminer l'ensemble de départ, les zéros de la fonction, les intervalles où la fonction est positive/négative, les intervalles de croissance et de décroissance
440	Même exercice que le précédent
441	La fonction quadratique contient le paramètre. Il est indiqué que le graphique de la fonction passe par le point dont on connaît les coordonnées. Il faut trouver le paramètre
442	Même principe que le précédent
443	La fonction quadratique contient le paramètre. Il faut trouver la valeur de paramètre en connaissant l'expression algébrique de son axe de symétrie
444	Même principe que le précédent
445	La fonction est donnée par l'expression algébrique. Il faut trouver les coordonnées de point dont l'abscisse est égale à l'ordonnée/dont l'abscisse et l'ordonnée sont les nombres opposés
446	Même exercice que le précédent
447	Il faut prouver que tous les points de la parabole donnée par son expression algébrique se trouvent dans le quadrant I et II/ dans le quadrant II et IV
448	Trouver les coordonnées de point d'intersection de la parabole avec la droite. Les deux fonctions sont données par leurs expressions algébriques.
449	Même exercice que le précédent
450	Problème de modélisation qui contient des notions physiques
451	Problème de modélisation qui contient des notions physiques : il faut construire le graphique de la fonction, la valeur maximale, l'intervalle de croissance et l'intervalle de décroissance
452	Le même principe que le précédent
453	La fonction quadratique de type $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ contient le paramètre. Il faut trouver la valeur de paramètre si on connait les coordonnées de son sommet
454	Même exercice que le précédent
455	La fonction $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ contient les 3 paramètres. On connait les coordonnées de son sommet et les coordonnées d'un point d'intersection de la parabole avec l'axe des ordonnés. Il faut trouver les valeurs de paramètres
456	La fonction contient paramètre. On connait sa valeur maximale. Il faut trouver le paramètre
457	La fonction contient paramètre. On connait sa valeur minimale. Il faut trouver le paramètre
458	La fonction contient paramètre. Il faut trouver la valeur de paramètre si la fonction doit être positive dans son ensemble de départ
459	Même principe que le précédent
460	Construire le graphique de la fonction
461	Même exercice que le précédent
462	Même exercice que le précédent
463	Déterminer les coordonnées de point d'intersection de deux fonctions dont l'une est une fonction quadratique et l'autre est une fonction linéaire / constante

464	Déterminer l’ensemble de départ
465	Sans effectuer la construction de graphiques, il faut trouver les coordonnées de points d’intersection de deux fonctions. Esquisser les deux graphiques et indiquer les points trouvés
466	Résoudre l’équation graphiquement
467	Trouver les zéros de la fonction
468	Le problème textuel contenant le pourcentage
471	Le problème contenant le pourcentage
p. 109 ex. 1	La fonction est donnée par son expression algébrique. Il faut trouver l’image
p. 109 ex. 2	Trouver la translation géométrique à l’aide desquelles on peut construire le graphique à partir du modèle
p. 109 ex. 3	Nommer les fonctions quadratiques
p. 109 ex. 4	Trouver les zéros de la fonction
p. 109 ex. 5	Trouver l’antécédent
p. 109 ex. 6	Sans construire les graphiques, il faut trouver les coordonnées de point d’intersection de deux graphiques
p. 109 ex. 7	Construire schématiquement le graphique de la fonction. Déterminer son ensemble de départ
p. 110 ex. 8	Construire schématiquement le graphique de la fonction. Déterminer les intervalles de croissances de cette fonction
p. 110 ex. 9	Déterminer l’ensemble de départ de la fonction
p. 110 ex. 10	Même exercice que le précédent
p. 110 ex. 11	La fonction quadratique contient les paramètres. On connait les coordonnées de son sommet. Il faut trouver ces paramètres
p. 110 ex. 12	Trouver le nombre de zéros de la fonction
p. 110 ex. 1	Trouver les images de la fonction
p. 110 ex. 2	Trouver la translation géométrique à l’aide de laquelle on peut construire le graphique à partir du modèle
p. 110 ex. 3	Nommer les fonctions quadratiques
p. 110 ex. 4	Trouver les zéros de la fonction
p. 110 ex. 5	Construire le graphique de la fonction
p. 110 ex. 6	Sans construire les graphiques, il faut trouver les coordonnées de point d’intersection de deux graphiques
p. 110 ex. 7	Déterminer l’ensemble de départ
p. 110 ex. 8	Construire le graphique de la fonction. À l’aide de graphique il faut déterminer l’ensemble de départ, les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction
p. 110 ex. 9	La fonction quadratique contient les paramètres. On connait les coordonnées de son sommet. Il faut trouver ces paramètres
p. 110 ex.10	Résoudre l’équation graphiquement
p. 110 ex. 11	Déterminer le nombre de zéros de la fonction

1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2) $E(f) = [-9; +\infty)$;
3) нулі функції: $x = -1$ і $x = 5$;
4) $y > 0$, якщо $x < -1$ або $x > 5$; $y < 0$, якщо $-1 < x < -5$;
5) функція зростає на проміжку $[2; +\infty)$, спадає на проміжку $(-\infty; 2]$;
6) найменше значення функції: $y_{\min} = -9$.

Приклад 2. Вершиною параболи $y = ax^2 + 8x + c$ є точка $A(-2; 4)$. Знайти a і c.

Розв'язання. Оскільки $x_в = -\dfrac{b}{2a}$, а за умовою $x_в = -2$, то $-2 = -\dfrac{8}{2a}$, звідки $a = 2$. Оскільки графік функції проходить через точку $A(-2; 4)$, то, підставивши координати точки у формулу функції, одержимо правильну рівність:
$4 = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + c$, звідки $c = 12$.
Відповідь. $a = 2$; $c = 12$.

1. Яку функцію називають квадратичною?
2. Сформулюйте властивості функції $y = ax^2$.
3. Що є графіком квадратичної функції? Як його будують?
4. Сформулюйте властивості функції $y = ax^2 + bx + c$.

Початковий рівень

419. (*Усно*). Яка з функцій є квадратичною:
1) $y = -2x^2$;
2) $y = -2x + 5$;
3) $y = 5x^2 - 3x$;
4) $y = \dfrac{1}{3x^2 - 2x + 5}$;
5) $y = 3x^3 - 2x^2 + 5$;
6) $y = 2x^2 + 3x - 9$?

420. Випишіть функції, що є квадратичними:
1) $y = 4x - 7$;
2) $y = 4x^2 - 7x + 5$;
3) $y = 3x^2$;
4) $y = 2x^3 - 3x + 5$;
5) $y = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{7}$;
6) $y = 9x^2 - 7$.

421. Графіком якої з наведених функцій є парабола? Укажіть напрям її гілок.
1) $y = \dfrac{6}{x}$;
2) $y = 6x^2 - 7$;
3) $y = 6x - 7$;
4) $y = -6x^2 + 5x + 5$;
5) $y = 0{,}01x^2$;
6) $y = -0{,}2x^2 - 5x$.

La page de manuel Ister, 2017, Algèbre, 9ème année qui correspond à 11ème HARMOS :

La partie théorique

<table>
<tr><td colspan="4">Le concept de la fonction</td></tr>
<tr><td>Les notions à comparer</td><td>MER + aide-mémoire</td><td>Maliovanii, Litvinenko, Boyko</td><td>Ister</td></tr>
<tr><td>La définition de la fonction, $9^{\text{ème}}$ Harmos pour les deux systèmes</td><td>La fonction (ou une application) d'un ensemble de départ E vers un ensemble d'arrivée F est une relation qui, à chaque élément de E, fait correspondre exactement un élément de F. Si f désigne cette fonction, on note f : E -> F. La définition est construite par la définition au sens strict.</td><td colspan="2">La fonction est introduite par la définition au sens strict.
Introduite dans le $9^{\text{ème}}$ et $11^{\text{ème}}$ Harmos.</td></tr>
<tr><td>La distinction entre les variables dépendantes et indépendantes</td><td>La distinction entre les variables dépendantes et les variables indépendantes n'est pas explicitement introduit dans le fondement théorique.
L'aide-mémoire mentionne les deux termes : l'image et la fonction. Pourtant le terme de l'antécédent n'est pas présent dans l'aide-mémoire.</td><td colspan="2">La distinction entre les deux types de variables est introduite par une construction et exemplification.
Introduite dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">La définition de l'ensemble de départ</td><td rowspan="2">La définition de l'ensemble de départ n'est pas présente dans l'aide-mémoire. Elle est illustrée d'exemples par le problème de la boite noire.</td><td colspan="2">L'ensemble de départ est introduit par la définition au sens strict :
L'ensemble de valeurs de la variable indépendante désigne l'ensemble de départ.
Illustration d'exemples à l'aide de schémas.</td></tr>
<tr><td>Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos.</td><td>Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ et $11^{\text{ème}}$ Harmos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">La définition de l’ensemble d’arrivée</td>
<td rowspan="2">La définition de l’ensemble d’arrivée n’est pas présente dans l’aide-mémoire. Elle est illustrée d’exemples par le problème de la boite noire.</td>
<td colspan="2">L’ensemble d’arrivée est introduit par la définition au sens strict :
L’ensemble de valeurs de la variable dépendante désigne l’ensemble d’arrivée.
Illustration à l’aide de schémas.</td>
</tr>
<tr>
<td>Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos.</td>
<td>Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ et $11^{\text{ème}}$ Harmos.</td>
</tr>
<tr>
<td>La propriété principale de la fonction : à chaque élément de E, il y a un seul élément de F qui est mis en correspondance.
Donc, démontrer la différence entre la dépendance fonctionnelle et la dépendance non-fonctionnelle.</td>
<td>Indiqué dans la définition
La différence n’est pas explicitée, ni démontrée.</td>
<td>Indiqué dans la définition
Illustration d’exemples à l’aide de schémas.
La différence entre la dépendance fonctionnelle et la dépendance non-fonctionnelle est construite par la construction et l’illustration d’exemples.
Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos</td>
<td>Indiqué dans la définition
La différence est explicitée par la règle, illustrée par le graphique qui ne représente pas la dépendance fonctionnelle.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3">Les trois représentations de la fonction :
Un tableau de valeurs,
Une représentation graphique,
Une expression fonctionnelle.</td>
<td rowspan="3">Introduites par les exemples dans l’aide-mémoire</td>
<td colspan="2">Le manuel contient la définition au sens strict de la représentation de la fonction :
Représenter la fonction signifie trouver son ensemble de départ (donc, définir l’ensemble de valeurs de la variable indépendante) et déterminer la règle selon laquelle on peut mettre à correspondance chaque valeur de la variable indépendante avec une seule valeur de la variable dépendante.
Les trois représentations sont illustrées d’exemples.
Le manuel contient la quatrième représentation : par la description verbale.</td>
</tr>
<tr>
<td>Cette représentation est aussi illustrée d’exemples par la fonction de la partie entière d’un nombre.</td>
<td>Pas d‘exemple concret</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos.</td>
</tr>
</table>

Le graphique de la fonction	**Illustré d'exemples dans l'aide-mémoire**	Le graphique de la fonction est introduit par **la définition au sens strict** : *Le graphique de la fonction est l'ensemble de points du plan, dont les abscisses correspondent aux valeurs de la variable indépendante qui forment l'ensemble de départ, les ordonnées correspondent aux valeurs de la variable dépendante qui forment l'ensemble d'arrivée.*	
		Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ Harmos.	Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ et $11^{\text{ème}}$ Harmos.
Le zéro de la fonction	**N'est ni présentée, ni illustrée d'exemples dans l'aide- mémoire.**	Introduit par la définition **au sens strict** : *Le zéro de la fonction désigne la valeur de l'argument (la variable dépendante) pour laquelle la valeur de la fonction (la variable dépendante) est égal à zéro*.	
		Introduit dans le $11^{\text{ème}}$ Harmos	Introduit dans le $9^{\text{ème}}$ et $11^{\text{ème}}$ Harmos.
Le maximum absolu et le minimum absolu	La notion de maximum et de minimum absolu est **vu lors de l'introduction du sommet de parabole** (donc, lors de la séquence sur les fonctions quadratiques) : *Le sommet de la parabole est un minimum de la fonction* $x \rightarrow ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ *Si* $a > 0$ *et un maximum de la fonction si* $a < 0$. **Démontrée à l'aide des dessins schématiques**.		**Le maximum absolu et le minimum absolu sont introduits par la définition au sens strict** : *Le maximum absolu correspond à la plus grande valeur de l'ensemble d'arrivée. Le minimum absolu correspond à la plus petite valeur de l'ensemble d'arrivée.* Introduit dans le $11^{\text{ème}}$ Harmos.
La monotonie de la fonction	**Le terme de la fonction monotone n'apparait pas dans l'aide-mémoire**. Pourtant, il est démontré que certaines fonctions peuvent être croissantes dans un intervalle et décroissante dans un		

<table>
<tr><td></td><td>autre intervalle de leur ensemble de départ. Donc, la monotonie est présentée implicitement avec le contre-exemple.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">La fonction croissante / la fonction décroissante</td><td colspan="3">Les deux concepts sont donnés au sens strict :
Sur un intervalle donné si la valeur des images augmente lorsque la valeur de la variable augmente, alors la fonction est croissante.
Sur un intervalle donné, si la valeur des images diminue lorsque la valeur de la variable augmente, alors la fonction est décroissante.</td></tr>
<tr><td></td><td>Etudié lors de l’enseignement de la fonction quadratique, donc les exemples sont en lien avec les fonctions quadratiques.</td><td></td></tr>
<tr><td>Les intervalles où la signe de la fonction est constante ($y > 0 \; soit \; y < 0$.</td><td>Ne sont pas introduits dans l’aide-mémoire.</td><td>Introduits par la définition et l’illustration d’exemples.
La notion est étudiée dans la séquence sur les fonctions quadratiques et donc les démonstrations sont faites avec les fonctions quadratiques.
Introduit dans le 11ème Harmos.</td><td>Introduits par la définition au sens strict dans les 11ème Harmos.</td></tr>
<tr><td>Les transformations des graphiques</td><td>Ne sont pas explicitées dans l’aide- mémoire.
Néanmoins certains éléments sont présents :
La disposition du graphique sur le plan en lien avec les valeurs de la pente de la droite et l’ordonnée à l’origine.
Les mêmes schémas pour la parabole.</td><td colspan="2">Les transformations des graphiques sont introduites par une construction et ensuite par une déduction de la règle. Introduites dans en 11ème Harmos.
Les types suivants sont étudiés :
$y = f(x) \pm n, n > 0$
$y = f(x \pm m), m > 0$
$y = -f(x)$
$y = kf(x), k > 0, k \neq 1$
$y = |f(x)|$</td></tr>
</table>

La fonction constante/ la fonction linéaire / la fonction affine			
Les notions à comparer	**MER + aide-mémoire**	**Maliovanii, Litvinenko, Boyko**	**Ister**
La définition de la fonction affine	**La fonction est introduite par la définition au sens strict**. Les fonctions sont étudiées en 10ème Harmos.	**Le concept est introduit par la définition au sens strict** : La fonction affine est désignée par l'expression fonctionnelle $y = kx + b, x, variable$ $indépendante,$ $k\ et\ l\ sont\ les\ nombres\ réels.$ Introduit en 9ème Harmos	
La présence de termes spécifiques tels que le facteur de linéarité et l'origine à l'ordonnée.	**Les noms sont explicités** dans l'aide-mémoire : La pente de la droite et l'ordonnée à l'origine. Etudié en 10ème et 11ème Harmos	**N'est pas indiqué explicitement**. Par contre, cela est fait pour la fonction linéaire et donc le terme « facteur de linéarité « apparait dans le contexte de la fonction linéaire.	Les noms de k et l sont **explicités**. 9ème Harmos
Le graphique de la fonction affine	L'aide-mémoire explicite la règle que le graphique de la fonction affine est toujours une droite. (a) Le graphique intersectionne une fois l'axe des abscisses et une fois l'axe des ordonnées. (b)	**Le manuel explicite la règle** que le graphique de la fonction affine est toujours une droite (a)	
		Cette partie est **démontrée à l'aide de l'exemple**. (b)	Le graphique intersectionne une fois l'axe des abscisses et une fois l'axe des ordonnées. (b)
Les propriétés de la fonction affine	Les propriétés de la fonction **ne sont pas explicitées**.	**Les propriétés ne sont pas explicitées ni démontrées dans le manuel**. Cependant, cette partie est explicité pour la fonction linéaire : L'ensemble de départ de la fonction linéaire est l'ensemble des nombres réels.	**Les points principaux sont explicités** : 1. L'ensemble de départ est constitué de tous les nombres réels. 2. L'ensemble d'arrivée est constitué de tous les nombres réels sauf pour les cas particuliers quand $k = 0$.
Les liens entre le facteur de linéarité et l'origine à l'ordonnée à la position	**Explicités par les schémas** dans l'aide-mémoire :	**Les règles suivantes sont**	**Les liens ne sont pas explicités** en 9ème Harmos.

des graphiques dans le plan		**formulées de façon explicite** : Les deux fonctions affines dont leurs facteurs de linéarités sont égaux, sont représentées dans le plan par les deux droites parallèles entre elles. L'origine à l'ordonnée montre le point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées. (En $9^{\text{ème}}$). **Vu aussi lors de la construction de graphiques à l'aide de transformations de graphiques** en $11^{\text{ème}}$.	**Vu lors de la construction de graphiques à l'aide de transformation de graphiques** en $11^{\text{ème}}$.
La définition de la fonction constante	La fonction constante est introduite deux fois dans l'aide-mémoire : 1. À l'aide de la définition au sens strict : *Une fonction constante est une fonction de la forme $x \rightarrow b$ et aussi par le graphique qui démontre sa propriété.* 2.La fonction constante est présentée comme le cas particulier de la fonction affine quand le coefficient de linéarité est nul.	La fonction constante est présentée comme le cas particulier de la fonction affine quand le coefficient de linéarité est nul.	
Le graphique de la fonction constante	Le manuel explicite la règle que le graphique de la fonction affine est toujours une droite parallèle à l'axe des abscisses. La valeur de la fonction est toujours la même quelle que soit la valeur de la variable dépendante.		

<table>
<tr>
<td>La fonction linéaire</td>
<td>La fonction constante est introduite deux fois dans l'aide-mémoire :
1. À l'aide de la définition au sens strict :
Une fonction linéaire est une fonction de la forme $x\rightarrow ax$.
2. La deuxième fois elle est introduite comme le cas particulier de la fonction affine dont l'ordonnée à l'origine est égale à 0.</td>
<td colspan="2">La fonction linéaire est introduite par la définition au sens strict. Cette définition est déduite de la définition de la fonction affine comme son cas particulier quand l'ordonnée à l'origine est égale à zéro.</td>
</tr>
<tr>
<td>Le graphique de la fonction linéaire</td>
<td colspan="3">Le manuel explicite la règle que le graphique de la fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.</td>
</tr>
<tr>
<td>L'étude des propriétés de la fonction linéaire</td>
<td>N'est pas explicité dans l'aide-mémoire.
Pourtant, il y contient des exemples de fonctions linéaires avec le facteur de linéarité positif et le facteur de linéarité négatif.</td>
<td>A l'aide de l'exemple et ensuite par les règles écrites, les propriétés suivantes sont établies :
1. Si $k > 0$, le graphique appartient au quadrants I et III. Si $k < 0$ le graphique appartient au quadrants II et IV.
2. En augmentant le facteur de linéarité, l'angle entre la droite et la direction positive de l'axe des abscisses augmente.
(9ème Harmos)</td>
<td>N'est pas explicité dans le manuel.
Pourtant, dans le manuel il y a des exemples de fonctions linéaires avec le facteur de linéarité positif et le facteur de linéarité négatif. (9ème Harmos)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">La fonction quadratique</td></tr>
<tr><td>Les notions à comparer</td><td>MER + aide-mémoire</td><td>Maliovanii, Litvinenko, Boyko</td><td>Ister</td><td>Merzliak, Polonskii, Yakir</td></tr>
<tr><td>La fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$</td><td>La fonction quadratique est introduite par la définition au sens strict et aussi par l'illustration d'exemples des graphiques en lien avec des expressions fonctionnelles. (Dans l'aide-mémoire)</td><td colspan="2">La fonction est introduite par la définition au sens strict. Illustration par les expressions fonctionnelles.
11ème Harmos</td><td>Ce manuel correspond au niveau de 10ème Harmos et donc ne sera étudié que pour le cas particulier $y = x^2$.</td></tr>
<tr><td>La détermination de l'ensemble de départ</td><td rowspan="2">N'est pas explicitée</td><td rowspan="2">N'est pas explicitée mais les élèves déduisent lors de la partie de recherche des intervalles de croissance et de décroissance et les extrêmes.</td><td>Explicitée dans le manuel
11ème Harmos</td><td></td></tr>
<tr><td>La détermination de l'ensemble d'arrivée</td><td>Explicitée dans le manuel
11ème Harmos</td><td></td></tr>
<tr><td>Les zéros de la fonction</td><td>N'est pas explicitée</td><td colspan="2">Présentés comme les solutions de l'équation quadratique de deuxième degré à 1 inconnu.
En lien avec le signe de déterminant
11ème Harmos</td><td></td></tr>
<tr><td>L'intervalle de croissance</td><td rowspan="3">N'est pas explicitée</td><td colspan="2" rowspan="3">Explicitée dans le manuel
11ème Harmos</td><td></td></tr>
<tr><td>L'intervalle de décroissance</td><td></td></tr>
<tr><td>Le maximum absolu / le minimum absolu</td><td></td></tr>
<tr><td>La détermination</td><td>N'est pas explicitée</td><td colspan="2">Les formules sont déduites par le calcul littéral (la mise en</td><td></td></tr>
</table>

de coordonnées du sommet		**évidence de facteurs communs, les identités remarquables, la distributivité)** **Ensuite la formule est présentée.**		
La transformation géométrique $y = x^2 + n$	**Les élèves doivent déduire cette transformation lors de l'exercice pratique.**	**La règle est explicitée** : Le graphique de la fonction $y = x^2 + n$ est une parabole obtenue par la translation de graphique au long de l'axe des ordonnées à n unités. Si n > 0, la translation est effectuée dans le sens positif de l'axe OY. Si n < 0, la translation est effectuée dans le sens négatif de l'axe OY. L'axe OY est l'axe de symétrie de cette parabole.	**La partie théorique qui concerne les translations théoriques est présentée sous une forme généralisée.** **Les élèves doivent assimiler la théorie sur le cas de la fonction quadratique en pratique.** 11ème Harmos	
La translation géométrique $y = (x + m)^2$	**N'est pas explicitée**	**La règle est explicitée :** Le graphique de la fonction où $y = (x + m)^2$ est une parabole obtenue de la parabole $y = x^2$ par la translation au long de l'axe	**Cette partie n'est pas explicitée dans le manuel.** **Les transformations géométriques ont été étudiés dans le cas général.**	

		des abscisses à m unités. Si m > 0, la translation est effectuée au sens négatif de l'axe. Si m > 0, la translation est effectuée au sens positif de l'axe des abscisses. L'axe de symétrie de cette parabole est une droite parallèle à l'axe OY.		
Les translations géométriques $y = (x + m)^2 + n$	**N'est pas explicitée**	**Le manuel explicite les règles de construction par la démarche à suivre en mettant ensemble les deux cas précédents.**	**Lors de démonstration de la déduction de la formule de sommet de parabole, les élèves ont vu la démarche à l'aide de laquelle ils peuvent se passer de la forme** $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ **à la forme** $y = (x + m)^2 + n.$ **Les transformations géométriques ont été étudiés dans le cas général.**	
Les transformations géométriques $y = a(x + m)^2 + n$	**N'est pas explicitée**	**N'est pas explicitée**	**Démontrée par les constructions et les démarches à suivre (la mise en lien de toutes**	

			les transformations étudiées auparavant)	
L'étude de cas particulier sur la fonction $y = x^2$	**La fonction $y = x^2$ est présentée comme le cas particulier de la fonction quadratique** quand $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$ **de par son graphique**. Vu pour la première fois en 10ème mais dans le cadre de la distinction avec les fonctions linéaires, affines et constantes. Vu essentiellement en 11ème.	**Cette fonction est étudiée en 10ème Harmos. Ce manuel est de 11ème Harmos.**	**La partie théorique est explicitée :** **1. Détermination de l'ensemble de départ et de l'ensemble d'arrivée. Le graphique de la fonction.** **2. Le fait que le point (0,0) appartient au graphique de la fonction et le fait que ce point corresponde au sommet de parabole. Les zéros de la fonction.** **3. Le fait que le graphique de la fonction est appelé PARABOLE.** Introduit en 10ème Harmos.	
L'étude de la fonction $y = ax^2$	**Démontrée lors des exercices pratiques** 11ème Harmos	**Les propriétés suivantes sont explicitées :** Si $0 < a < 1$, alors il s'agit d'affiner la parabole au long de l'axe OY. Si $a > 1$, alors il s'agit de l'extension de la parabole au long de l'axe OY. Le sommet de parabole se trouve sur l'origine. L'axe de symétrie de cette parabole est un axe des ordonnées.	**Les points suivants sont explicités :** 1. L'ensemble de départ (en lien avec le signe de facteur a) 2. L'ensemble d'arrivée (en lien avec e signe de facteur a) 3. Les coordonnées de sommet de parabole 4. La direction de la parabole 5. Les zéros de la fonction 6. Les intervalles de croissance	**Ce manuel correspond au niveau de 10ème Harmos et donc ne sera étudié que pour le cas particulier** $y = x^2$.

		Si $a > 0$, la parabole se trouve dans le quadrant I et dans le quadrant II. Si $a < 0$, la parabole se trouve dans les quadrants III et IV.	7. Les intervalles de décroissance 8. Le maximum absolu 9. Le minimum absolu	

Le travail professionnel porte sur l’analyse comparatif de la transposition didactique de concept de fonction dans les deux systèmes scolaires : le système scolaire suisses, notamment sa partie francophone et le système scolaire ukrainien. Il s’agit tout d’abord de la mise en place de notions théoriques enseignées au niveau universitaire de la fonction, de ses propriétés et les méthodes d’analyse. Ensuite, il s’agit de l’analyse détaillé de contenu présenté dans les moyens d’enseignement ukrainiens et les moyens d’enseignement romands de point ainsi que dans les plans d’études. Cette analyse porte sur la théorie présentée aux élèves ainsi que sur les exercices proposés pour chaque niveau : 9ème Harmos qui correspond à 7ème année scolaire en Ukraine, 10ème Harmos qui correspond à8ème, et enfin 11ème Harmos qui correspond à 9ème année scolaire. Il faut dire que 11 Harmos et également 9ème année en Ukraine correspondent à la dernière année de l’école obligatoire. Donc, je me suis posée la question sur le volume et le contenu du « bagage mathématique » des élèves à la fin de l’école obligatoire qui soit quittent l’école définitivement soit poursuivent leurs études dans les deux pays mentionnés. Il n’est pas un secret pour moi que le niveau des exigences en ce qui concerne la branche technique est plus élevé dans les pays post-soviétiques vu une longue histoire de respect envers les grands scientifiques de cet époque (par exemple, Piotr Kapitsa, Lev Davidovitch Landau). Cependant, le temps des ouvertures dans cette partie de monde est en passé et aujourd’hui le centre de recherches se trouve à EPFL, à Lausanne. Les étudiants de EPFL sont les anciens collégiens des écoles publiques vaudoise dans leur majorité. Donc, il est d’autant plus intéressant de comparer les deux systèmes éducatifs de point de vu des compétences générales et plus particulièrement mathématiques développées lors enseignement des séquences qui porte sur le concept clé des mathématiques – la fonction.

Les mots-clés : transposition didactique, fonction, système scolaire ukrainien, plans d’études romands mathématiques, moyens d’enseignement romands en mathématiques, enseigner les fonctions.

Popovych Polina P 40559

Errata

pp. 70-71 changements dans les diagrammes

Diagramme 2

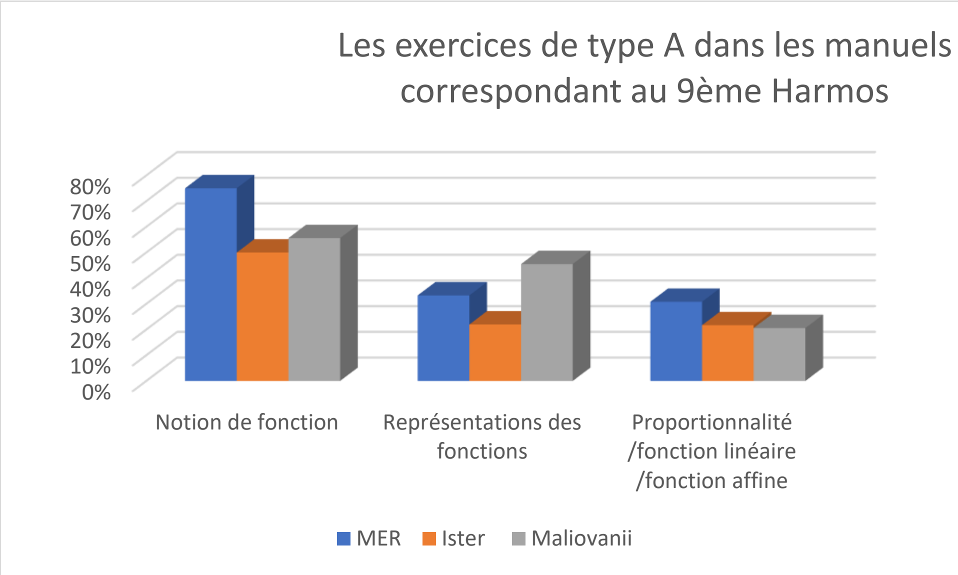


Diagramme 3

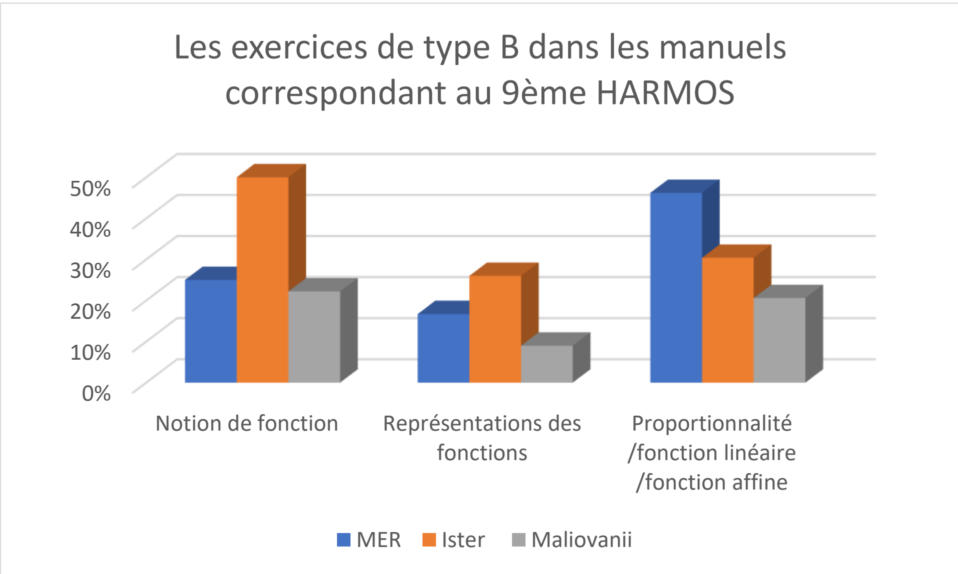
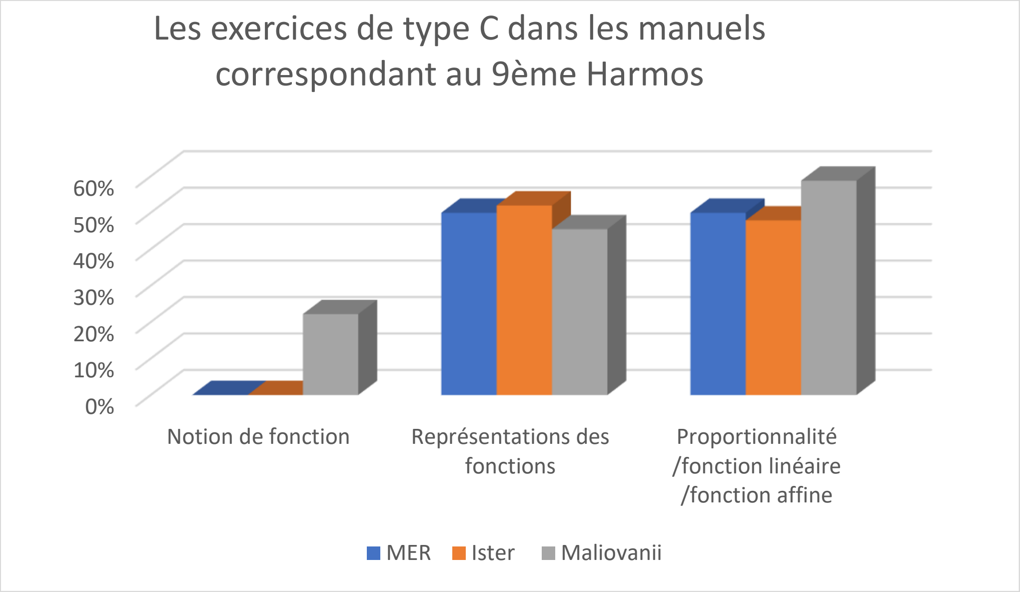


Diagramme 4



p. 77

Même si la proportionnalité est étudiée en 9ème, 10ème et 11ème HARMOS avec l'introduction de la base théorique (la définition de la proportionnalité et ses propriétés), ce concept n'est pas nouveau pour les élèves. Selon le PER, les élèves rencontrent le concept de la proportionnalité à partir de 5ème HARMOS avec la récurrence en 6ème, 7ème et 8ème HARMOS. Citons le PER : MSN 23 **Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs**

« Résolution de problèmes multiplicatifs et divisifs : situations d'itération, liées au produit cartésien, de produit de mesures, de proportionnalité »

Le PER pour le cycle 2 propose également les indications pédagogiques qui concernent l'enseignement des problèmes en lien avec la proportionnalité :

« Certains élèves confondent augmentation (ou diminution) et proportionnalité, pensant que toute augmentation est forcément proportionnelle et utilisent de ce fait la proportionnalité à mauvais escient

De plus, certains élèves pensent qu'il y a proportionnalité si on ajoute un même nombre aux deux nombres ou grandeurs proportionnels, l'idée d'augmentation étant souvent liée à l'addition (celle de diminution à la soustraction) ».